

DLR-IB-AE-GO-2017-196

**Hardware-in-the-Loop Simulation
mit dem hydraulischen
Versuchsstand MAVIS**

Masterarbeit

Martin Tang



DLR

**Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt**

Dokumenteigenschaften

Titel	Hardware-in-the-Loop Simulation mit dem hydraulischen Versuchsstand MAVIS
Betreff	Aeroelastische Modellierung
Institut	Aeroelastik
Erstellt von	Martin Tang
Beteiligte	
Geprüft von	Dr.-Ing. Marc Böswald
Freigabe von	Prof. Dr. Lorenz Tichy
Datum	27.10.17
Version	1.0
Dateipfad	DLR-IB-AE-GO-2017-196.pdf

Institutsleiter:

Autor:

Prof. Dr.-Ing. L. Tichy

M. Tang

Abteilungsleiter:

Gruppenleiter:

Dr.-Ing. M. Böswald

Dr.-Ing. Y. Govers

Kurzfassung

In der Luft- und Raumfahrttechnik ist die experimentelle Untersuchung des dynamischen Verhaltens für sicherheitsrelevante Systeme vorgeschrieben. Eine experimentelle Untersuchung ist jedoch nicht immer möglich. Zu große Strukturen können nicht unter Laborbedingungen getestet werden. Außerdem kann es sein, dass nur einzelne Komponenten verfügbar sind und das Gesamtsystem nicht untersucht werden kann. Beispielsweise steht ein Satellit bereit, jedoch keine Trägerrakete, um die Dynamik des gekoppelten Systems aus Satellit und Trägerrakete untersuchen zu können.

Mit Hardware-in-the-Loop Simulationen (HILS) ist eine experimentelle Untersuchung der dynamischen Interaktion zwischen einer realen und einer virtuellen Komponente möglich. Dazu wird eine Schnittstelle zwischen der realen und der virtuellen Struktur definiert. Die dynamische Antwort der virtuellen Struktur wird numerisch simuliert. Die an der Schnittstelle vorhandene Bewegung wird von einem Versuchsstand emuliert. Die reale Struktur wird auf dem Versuchsstand montiert und erfährt die vorhandenen Bewegungen als Basisbewegung. Die aufgrund der Basisbewegung entstehenden Schnittkräfte zwischen realer Struktur und Versuchsstand bzw. zwischen realer Struktur und virtueller Struktur müssen gemessen werden.

In diesem Fall wird die Bewegung der Schnittstelle beider Strukturen von dem hydraulischen Versuchsstand MAVIS (Mehrachsen Vibrationssimulator) nachgebildet. Dazu ist eine Verbindung mit einem Echtzeitregler notwendig, der Verfahrbefehle aus der in Echtzeit berechneten Deformation der numerischen Struktur ableitet. Für die Echtzeitfähigkeit des Reglers wird ein schnelles Integrationsschema für lineare zeitinvariante Systeme eingesetzt. Durch eine Kraftmessplattform werden die Kräfte zwischen numerischer und realer Struktur gemessen. Die Deformation des numerischen Modells wird aus den gemessenen Schnittkräften berechnet. Es wird die Verfahrengenauigkeit des Versuchsstands untersucht und durch modellbasierte Algorithmen verbessert.

Der Versuchsstand kann vorgegebene Verfahrwege nur mit einer Zeitverzögerung nachfahren. Mit Hilfe des Nyquistkriteriums wird die kritische Totzeit berechnet, bei der eine HILS instabil wird. Weiter wird aus theoretischen Überlegungen gezeigt, wie sich eine HILS mit zunehmender Totzeit bis zur Stabilitätsgrenze verhält. Die theoretischen Überlegungen bezüglich der Stabilität und der Änderung des Systems mit der Totzeit werden in einem Versuch validiert.

Abstract

Hardware in the Loop Simulation using the Hydraulic Test Rig MAVIS

In aerospace engineering, experimental testing is mandatory for certification or qualification of safety relevant structures. When structural dynamics of large assembled structures are addressed, dynamic testing is not easy to achieve. Some structures are too large and heavy in order to test in a laboratory. Also, it is possible that the overall structure is not available, e.g. a satellite is available but not the launch vehicle. This situation makes it not possible to test the dynamic behaviour of the coupled structure of satellite and launch vehicle.

Hardware in the loop simulation (HILS) allows an experimental testing of the dynamic interaction between a real and a virtual structure. An interface between the real and the virtual component needs to be defined and the virtual structure is simulated numerically in real time. The motion at the interface is emulated by a test rig. The real structure is mounted on the test rig and is exposed to base excitation. The reaction forces at the interface between the real structure and the test rig, or respectively between the real structure and the virtual structure must be measured.

In this report the hydraulic test rig MAVIS emulates the motion of the interface between both structures. A real time controller calculates the target drive signals which are derived from the displacement of the numerical model in real time. In order to maintain real time capabilities a fast integration scheme is used. The numerical and the physical structure are coupled with a force measurement device (FMD), which measures the interface forces between the numerical and the physical structure. The interface forces are used to compute the displacements at the interface of the numerical structure. The response accuracy of the hydraulic test rig is evaluated, and therefore determined and improved by model-based control.

The test rig follows the target response with a delay. The critical delay time at which the coupled System becomes unstable, is calculated using the Nyquist criterion. Later on, the behaviour of the setup is examined when approaching the critical delay time at which the coupled system becomes unstable. Interpretation of the stability and the behaviour when approaching the critical time delay are investigated and validated in an experiment.

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen	X
Abkürzungsverzeichnis	XII
1 Einleitung	1
1.1 Problembeschreibung und Vorgehensweise	2
1.2 Aufbau der Arbeit	3
2 Strukturdynamische Grundlagen	4
2.1 Kraftanregung	6
2.2 Fußpunktanregung	8
2.3 Teilstrukturierung	12
3 Regelungstechnische Grundlagen	15
3.1 Regelstreckenmodelle	15
3.2 Systemidentifikation	21
3.3 Modellbasierte Regelung	25
3.3.1 Totzeitkompensation nach Horiuchi	25
3.3.2 Adaptiver Filter	26
3.3.3 Vorfilter	28
4 Mechanische Hardware-in-the-Loop Simulation	31
4.1 Modellimplementierung der mechanischen Strukturen	32
4.1.1 Virtuelle Struktur	32
4.1.2 Reale Struktur	34
4.2 Echtzeitregler	36
4.2.1 Halteglied und Totzeitglied	38
4.2.2 Modellgenauigkeit	40
4.3 Versuchsstand MAVIS	43
4.3.1 Externe Sollwertvorgabe	44
4.3.2 Identifikation	49
4.3.3 Emulation eines physikalischen Systems	55
4.4 Kraftmessplattform	61
4.4.1 Berechnung der Schnittkräfte	62
4.4.2 Koordinatentransformation	68
5 Stabilitätsuntersuchung	72
5.1 Beispielmodell für die Stabilitätsuntersuchung	73

Inhaltsverzeichnis

5.2	Kritische Totzeit	74
5.2.1	Nyquistkriterium	75
5.2.2	Anwendung am Beispielmmodell	78
5.3	Stabilitätsdiagramm	82
5.4	Diskussion des Verhaltens im Zeitbereich	85
5.5	Experimentelle Validierung	87
5.6	Theoretische Untersuchung an einem numerischen Flügel mit realer Außenlast	93
6	Zusammenfassung	100
6.1	Ergebnisse von wesentlicher Bedeutung	100
6.2	Weiterführende Arbeit	101
	Literaturverzeichnis	103

Abbildungsverzeichnis

1.1	Flügel mit ausgefahrener Landeklappen	2
2.1	FEM Diskretisierung eines Triebwerks	5
2.2	Kraftanregung einer Struktur	6
2.3	Fußpunktanregung einer Struktur	9
2.4	Beispiel für eine Teilstrukturierung	13
3.1	Dynamisches System aus der Regelungstechnik	15
3.2	Reihenschaltung von zwei Systemen	19
3.3	Rückführung eines Systems	20
3.4	Totzeitkompensation nach Horiuchi	26
3.5	Adaptiver Filter mit FxLMS Algorithmus	27
3.6	Übertragungsfunktion eines Vorfilters	29
4.1	Allgemeiner Aufbau einer Hardware in the Loop Simulation	31
4.2	Das Echtzeitregelsystem Adwin Pro II	36
4.3	Beispiel Simulink Programm für das ADwin System	37
4.4	Auswirkung eines Halteglieds	38
4.5	Übertragungsfunktion eines Haltegliedes	39
4.6	Auswirkung der Totzeit auf einen Frequenzgang	41
4.7	Änderung der modalen Parameter mit der Totzeit	42
4.8	Skizze von MAVIS	43
4.9	Maximaler Verfahrensweg und Winkel von Mavis	45
4.10	Regelung von MAVIS	46
4.11	Rechtecksignalvorgabe für MAVIS	47
4.12	Sinussignalvorgabe für MAVIS	47
4.13	Übertragungsfunktion x -Achse von MAVIS	48
4.14	Identifizierte Übertragungsfunktion der x -Achse von MAVIS	50
4.15	Zeitdatenvergleich identifizierter und gemessener MAVIS	51
4.16	Phasenverschiebung von MAVIS	52
4.17	Amplitudenänderung von MAVIS bei unterschiedlicher Erregeramplitude	52
4.18	Simulink Programm für einen Vorfilter	53
4.19	Übertragungsfunktion der optimierten x -Achse von MAVIS	54
4.20	Zeitdatenvergleich von MAVIS mit verschiedenen Reglereinstellungen	54
4.21	Modell für die Emulation	55
4.22	Simulink Blockschaltbild für die Emulation	57
4.23	Versuchsaufbau für den Emulationstest	58
4.24	Achsenweg während der Emulation	59
4.25	Frequenzgang aus der Emulation durch MAVIS	60

4.26	Schematischer Aufbau und Freischnitt des FMD	61
4.27	Simulink Programm zur Schnittkraftberechnung für das FMD	63
4.28	Versuchsaufbau FMD Kraft in x -Richtung	65
4.29	Versuchsaufbau FMD Moment um z -Achse	65
4.30	Zeitdaten FMD Kraft in x -Richtung	66
4.31	Zeitdaten FMD Moment um z -Achse	66
4.32	Übertragungsfunktion FMD Kraft in x -Richtung	67
4.33	Übertragungsfunktion FMD Moment um z -Achse	67
4.34	FMD Versatz	68
4.35	Simulink Programm zur Koordinatentransformation für das FMD	70
4.36	Zeitdaten FMD Koordinatentransformation	71
5.1	HILS Modell eines Einmassenschwingers	72
5.2	HILS Modell eines Stabes mit Masse	73
5.3	Beispiel einer Ortskurve	75
5.4	Amplituden- und Phasenreserve aus dem Nyquistkriterium	77
5.5	Blockschaltbild einer HILS	78
5.6	Übertragungsfunktion des numerischen Stabs	80
5.7	Übertragungsfunktion der physikalischen Masse	80
5.8	Übertragungsfunktion des Gesamtsystems des Beispielmodells	81
5.9	Stabilitätsdiagramm für das Beispielmodell	84
5.10	Simulink Programm für die Simulation einer HILS	85
5.11	Simulationsergebnisse der HILS des Beispielmodells	86
5.12	Simulink Programm für HILS des Beispielmodells	88
5.13	Versuchsaufbau HILS des Beispielmodells	89
5.14	Emulation des Stabes aus dem Beispielmodell durch MAVIS und ADwin .	90
5.15	Stabile Abklingkurven aus der HILS des Beispielmodell	91
5.16	Instabile Abklingkurve aus der HILS des Beispielmodell	92
5.17	Stabilitätsdiagramm des Beispielmodells mit Messpunkten	93
5.18	HILS Modell eines Flügels mit Außenlast	94
5.19	Übertragungsfunktion des numerischen Flügels	96
5.20	Übertragungsfunktion der physikalischen Außenlast	96
5.21	Übertragungsfunktion des Gesamtsystems des komplexen Beispiels . . .	97
5.22	HILS Ergebnisse aus Simulink für das komplexe Beispiel	99

Tabellenverzeichnis

4.1	Technische Daten von MAVIS	44
4.2	Gewählte Sensitivitäten der Analogeingänge von Mavis	47
4.3	PID Parameter für die x -Achse	48
4.4	Parameter der identifizierten MAVIS	50
4.5	Identifizierte und analytische modale Parameter des emulierten Systems	60
4.6	Sensitivität der Kraftsensoren von dem FMD	62
4.7	Geometrische Daten der Kraftmessplattform	62
4.8	FMD Koordinatentransformation Versuche	70
5.1	Physikalische Eigenschaften des Stabes	74
5.2	Modale Eigenschaften des Stabes	74
5.3	Kritische Totzeit des Beispielmodells	81

Formelzeichen

$\{0\}$		Nullvektor
$[0]$		Nullmatrix
$[A]$		Systemmatrix
$[B]$		Steuermatrix
$[C]$		Beobachtungsmatrix
$[C]$	N m/s	Dämpfungsmatrix
$[D]$		Durchgangsmatrix
D		Dämpfungsmaß
f_i	Hz	Eigenfrequenz
$\{F\}$	N	Kraftvektor
$[I]$		Einheitsmatrix
j		imaginäre Zahl
J	kg m ²	Trägheitsmoment
$[J]$		Koeffizientenmatrix
$[K]$	N/m	Steifigkeitsmatrix
$[m]$		Modale Massenmatrix
$[M]$	kg	Massenmatrix
$\{u\}$		Eingangsvektor
$\{q\}$		Modaler Verschiebungsvektor
$\{Q\}$		Modaler Kraftvektor
r	m	Abstand
$\{R\}$	N	Reaktionskräfte
S	kg m	statisches Moment
t	s	Zeit
T_s		Abtastzeit
T_p		Periodendauer
$[T_a]$		Transformationsmatrix mit den Starrkörperformen
$[T_b]$		Transformationsmatrix für den Fußpunkt
$[T_F]$		Transformationsmatrix zur Berechnung der Schnittkräfte
$[T_G]$		Gesamttransformationsmatrix für die Fußpunktanregung

$[T_{\text{Geo}}]$		Koordinatentransformation von MAVIS auf FMD
$\{y\}$		Ausgangsvektor
$\{w\}$	m	Verschiebungsvektor
$\{\dot{w}\}$	m/s	Geschwindigkeitsvektor
$\{\ddot{w}\}$	m/s ²	Beschleunigungsvektor
$[\zeta]$		Modale Dämpfungsma- trix
$[\Lambda]$		Modale Steifigkeitsma- trix
ω	rad/s	Eigenkreisfrequenz
Ω	rad/s	Erregerkreisfrequenz
φ		Phase
$\{\varphi\}$		Eigenvektor
$[\Phi]$		Modalmatrix
τ	s	Totzeit
$\{\Theta\}$		Parametervektor

Abkürzungsverzeichnis

BNC	Bayonet Neill Concelman (Steckverbinder)
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
FEM	Finite Elemente Methode
FIR	Endliche Impulsantwort (Finite Impulse Response)
FMD	Kraftmessplattform (Force Measurement Device)
FxLMS	Filtered x Least Mean Squares
HILS	Hardware-in-the-Loop Simulation
IEPE	Integrated Electronics Piezo-Electric
IIR	Unendliche Impulsantwort (Infinite Impulse Response)
LSCE	Least Squares Complex Exponential
MAVIS	Mehrachsen Vibrationssimulator
MIMO	Multiple Input Multiple Output
SISO	Single Input Single Output

1 Einleitung

Die Kenntnis der strukturdynamischen Eigenschaften eines Bauteils, der Luft- und Raumfahrttechnik oder des Maschinenbaus, ist für den Entwicklungsprozess erforderlich, um beispielsweise das Versagen des Bauteils unter dynamischen Betriebsbelastungen auszuschließen. Versagensfälle zeigen sich etwa in Ermüdungsbrüchen oder instabilem Verhalten. Andererseits kann durch Schwingungen auch die Funktionalität eines Bauteils eingeschränkt werden, wenn beispielsweise Positionsgenauigkeit von Bedeutung ist. Auch können Schwingungen Komfortprobleme in Form von Lärm verursachen.

Zu Beginn des Entwicklungsprozesses wird das strukturdynamische Verhalten durch numerische Simulationen abgeschätzt. In einer späteren Entwicklungsphase ist die experimentelle Validierung des numerischen Modells notwendig. Modellierungsungenauigkeiten können dann beseitigt werden. Beispielsweise ist das Dämpfungsverhalten oftmals erst nach einer experimentellen Untersuchung bekannt.

Die Entwicklung von komplexen Systemen vereinfacht sich, wenn diese in einfachere Subsysteme unterteilt werden. Diese Subsysteme können an unterschiedlichen Standorten und auch zu unterschiedlichen Zeitpunkten entwickelt werden. Das Gesamtsystem kann also erst getestet werden, wenn alle Subsysteme entwickelt, gefertigt und montiert sind. Außerdem ist es nicht möglich, zu große Strukturen wie zum Beispiel Schiffe oder Brücken als Gesamtsystem zu testen.

Wenn ein Gesamtsystem an einer Schnittstelle in zwei Subsysteme unterteilt werden kann, dann kann durch eine Hardware-in-the-Loop Simulationen (HILS) das Verhalten des Gesamtsystems abgeschätzt werden, wenn lediglich ein Subsystem bereitsteht. Dazu ist ein Versuchsstand notwendig, der das Verhalten des restlichen Systems emuliert. Zwischen dem realen Subsystem und dem restlichen System wird eine Schnittstelle definiert, an der beide Subsysteme getrennt werden. In einer HILS wird das reale Subsystem am Versuchsstand montiert. Während des Versuchs werden permanent die Schnittkräfte zwischen dem realen Subsystem und dem Versuchsstand gemessen und einem Echtzeitregler zugeführt, der ein numerisches Modell des restlichen Systems löst und dem Versuchsstand Verfahrbefehle zurückführt.

Ein Beispiel für eine HILS kann aus Abb. 1.1 abgeleitet werden, in der ein Flügel mit einer ausgefahrenen Landeklappe zu sehen ist. Bei der Entwicklung einer Landeklappe wird der restliche Flügel benötigt, um das Verhalten im Betrieb zu beschreiben. Wenn die Landeklappe verfügbar ist, könnte das Gesamtverhalten auch in einer HILS abgeschätzt werden. Der Flügel wird als numerisches Modell in dem Echtzeitregler hinterlegt und die Landeklappe auf dem Versuchsstand angebracht. Ein Flügel ist nicht immer verfügbar, zudem wäre eine Bereitstellung mit hohen Kosten verbunden.

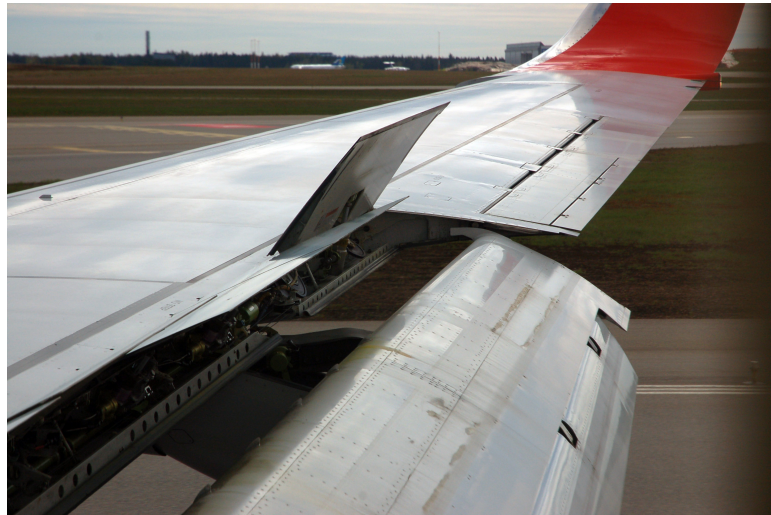


Abb. 1.1: Flügel mit ausgefahrener Landeklappe [16]

1.1 Problembeschreibung und Vorgehensweise

Diese Arbeit wird beim DLR Institut für Aeroelastik durchgeführt und prüft, ob sich eine HILS bezogen auf strukturdynamische Fragestellungen mit den vorhandenen Versuchsanlagen umsetzen lässt. Der technologische Reifegrad solcher mechanischen HILS befindet sich noch im Anfangsstadium, so dass in der Standardliteratur noch keine Vorgehensweise für solche Untersuchungen zu finden ist. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit den Anforderungen, die von einer mechanischen HILS gestellt werden, um erfolgreich durchgeführt werden zu können.

Als Versuchsstand steht der hydraulische Vibrationstisch MAVIS¹ mit einem zusätzlichen Echtzeitregler zur Verfügung. Eine Kraftmessplattform (FMD²) wird für diese Arbeit gebaut, um die Schnittkräfte zu erfassen. Mit einer bekannten Kraftanregung wird geprüft, ob die Schnittkräfte durch dieses neu konstruierte FMD korrekt ermittelt werden.

Der Echtzeitregler muss in der Lage sein, die Deformation des numerischen Modells innerhalb von einem Zeitschritt, sehr viel kleiner als die Periodendauer der Eigenschwingungen der beiden Systeme, zu berechnen. In einer vorhergehenden Arbeit wurden verschiedenen Integrationsschemata auf Genauigkeit und Geschwindigkeit hin untersucht. Ein genaues und effizientes Schema ist daher bereits vorhanden.

Die Verfahrbefehle aus dem Echtzeitregler müssen von MAVIS nachgefahren werden. Daher wird geprüft, in welchem Frequenzbereich MAVIS den Verfahrbefehlen mit erforderlicher Genauigkeit umsetzen kann. Es wird in der Untersuchung auf Amplituden- und Phasentreue geachtet.

¹Mehrachsen Vibrationssimulator

²engl. Force Measurement Device

Nachdem der Einsatzbereich von MAVIS bestimmt ist, wird eine Emulation mit dem Echtzeitregler durchgeführt. Damit wird gezeigt, inwiefern MAVIS ein physikalisches System abbilden kann. Dazu wird ein Einmassenschwinger als physikalisches System verwendet.

Anschließend wird die Machbarkeit einer mechanischen HILS untersucht. Dafür wird ein kontinuierlicher Schwinger in ein numerisches Modell überführt und auf dem Echtzeitregler hinterlegt. Eine einfache physikalische Struktur wird verwendet, um die Wirksamkeit der Kopplung zwischen numerischer und physikalischer Struktur nachzuweisen.

1.2 Aufbau der Arbeit

Im zweiten Kapitel werden die strukturdynamischen Grundlagen beschrieben, die für die Beschreibung der virtuellen Struktur notwendig sind. Zudem wird auch auf die mathematische Beschreibung des realen Teils eingegangen, um eine theoretische Betrachtung der HILS zu ermöglichen.

Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit den regelungstechnischen Grundlagen. Verschiedene mathematische Modelle werden vorgestellt, die in der Regelungstechnik zum Einsatz kommen und letztendlich auch in dieser Arbeit für die schnelle Lösung des numerischen Modells Verwendung findet. Es wird auf die Systemidentifikation eingegangen, die zum einen für die Auswertung der Experimente und zum anderen für modellbasierte Algorithmen notwendig sind. Im nächsten Schritt wird gezeigt, wie durch eine Identifikation von MAVIS dessen Übertragungsverhalten verbessert werden kann.

Im vierten Kapitel werden der Echtzeitregler, MAVIS und das FMD beschrieben, die für eine HILS gebraucht werden. Dabei werden Einschränkungen durch diese Komponenten aufgezeigt. Der Versuchsstand kann beispielsweise Verfahrbefehle nur mit einer Verzögerung nachfahren. Diese Verzögerung führt im schlimmsten Fall zu einem instabilen Systemverhalten.

In Kapitel Fünf wird die Theorie für eine Stabilitätsuntersuchung behandelt. Es wird untersucht, wie sich ein System mit zunehmender Totzeit verhält. In einem Experiment werden die Überlegungen überprüft.

2 Strukturdynamische Grundlagen

Die Strukturdynamik befasst sich mit dem dynamischen Verhalten von mechanischen Systemen. Im Rahmen einer mechanischen HILS wird eine virtuelle Struktur mit einer realen Struktur an einer Schnittstelle gekoppelt. Dazu ist es notwendig, die virtuelle Struktur mathematisch zu beschreiben. Andererseits muss auch die reale Struktur mathematisch beschrieben werden, wenn weitergehende theoretische Untersuchungen durchgeführt werden sollen.

In diesem Kapitel werden die mathematischen Grundlagen für die Modellierung der virtuellen und realen Struktur beschrieben. Der virtuellen Struktur wird eine Schnittkraft zugeführt, mit der die Deformation berechnet wird. Diese Deformation wird an der Schnittstelle zur realen Struktur über MAVIS als Bewegung vorgegeben. Um aus der virtuellen Struktur ein numerisches Modell abzuleiten, muss also eine Beziehung zwischen einer dynamischen Kraft und der daraus folgenden dynamischen Deformation für eine Struktur mit räumlich verteilten Steifigkeits- und Trägheitseigenschaften hergeleitet werden. Im ersten Abschnitt wird dieses mathematische Modell beschrieben. Dazu wird die Bewegungsgleichung zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von mechanischen Strukturen aus dem physikalischen Raum in den Modalraum überführt. Im Modalraum wird das dynamische Verhalten einer Struktur durch Eigenfrequenzen, Dämpfungen, Eigenformen und modalen Massen charakterisiert. Ausgehend davon wird gezeigt, wie eine Struktur auf eine Kraftanregung antwortet. Anschließend wird die reale Struktur beschrieben, welche auf MAVIS befestigt ist. Eine vorgegebene Bewegung von MAVIS entspricht also einer Fußpunktanregung bzw. Basisanregung für die reale Struktur. Aufgrund der dynamischen Eigenschaften der realen Struktur entsteht eine Reaktionskraft am Fußpunkt bzw. an der Schnittstelle, die wiederum an das numerische Modell geleitet wird. Um die reale Struktur für analytische Stabilitätsuntersuchungen zu modellieren, wird ausgehend von der Bewegungsgleichung eine Beziehung zwischen einer Bewegungsvorgabe und der daraus resultierenden Reaktionskraft an der Basis hergeleitet. Zuletzt wird in diesem Kapitel die Teilstrukturierung als Untergebiet der Strukturdynamik eingeführt, in der die Auswirkungen einer Teilstruktur auf die Gesamtstruktur abgeschätzt werden.

Aus dem Gleichgewicht von Trägheitskräften, elastischen Rückstellkräften und dissipativen Kräften wird die Bewegungsgleichung hergeleitet. Für kontinuierliche Strukturen ergeben sich partielle Differenzialgleichungen. Technische Strukturen, wie zum Beispiel Flugzeuge und Automobile, weisen komplizierte Geometrien auf. Solche partiellen Differenzialgleichungen können im Falle komplizierter Geometrien analytisch nicht gelöst werden.

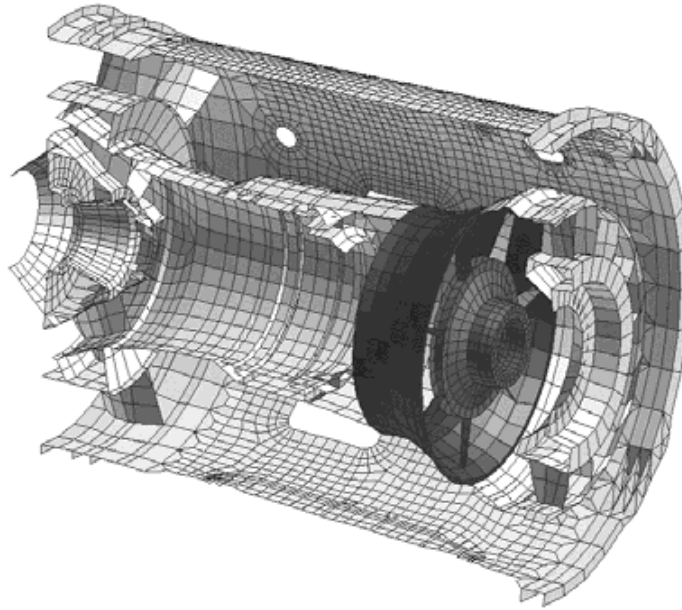


Abb. 2.1: FEM Diskretisierung eines Triebwerks [12]

Die Finite Elemente Methode (FEM) diskretisiert partielle Differenzialgleichungen, so dass ein algebraisches Gleichungssystem entsteht. In dieser Methode wird die Deformation der Struktur, die in eine endliche Summe geometrisch einfacher Elemente aufgeteilt ist, mit sogenannten Ansatzfunktionen angenähert. Dabei werden die Koeffizienten dieser für die Elemente gültigen Ansatzfunktionen so gewählt, dass die Verschiebung innerhalb der gesamten Struktur vollständig durch die Verschiebungen der Knoten der Elemente beschrieben werden kann. Aus der Bilanz der Arbeit innerer Kräfte und äußerer Kräfte können analytische Ausdrücke zur Berechnung von Steifigkeitsmatrizen und Massenmatrizen für Elemente einfacher Geometrien abgeleitet werden. Einfache Geometrien dreidimensionaler, zweidimensionaler und eindimensionaler Kontinua, wie etwa Quader, Vierecke, Dreiecke oder Linien, können mit Ansatzfunktionen beschrieben werden und ergeben unter Verwendung eines Materialgesetzes ein Finites Element mit bekannten Steifigkeits- und Massenmatrizen. Neben diesen Finiten Elementen für allgemeine Kontinua wurden auch Finite Elemente für sogenannte strukturelle Elemente wie z.B. Platte, Schale oder Balken hergeleitet. Dabei werden Annahmen über das Deformationsverhalten verwendet, wodurch z.B. Rotationsfreiheitsgrade zur Beschreibung von Biegedeformationen eingeführt wurden. Komplizierte Geometrien können nun mit solchen Finiten Elementen nachgebildet werden. In Abb. 2.1 ist das FE Modell eines Triebwerks zu sehen. Jedes Element ist mit Linien umrandet. Die Schnittpunkte dieser Linien sind die Knoten. Jeder Knoten hat maximal sechs Freiheitsgrade, jeweils drei translatorische und drei rotatorische Freiheitsgrade. Die Verbindung dieser Elemente erfolgt durch Randbedingungen und wird auch Assemblierung genannt. Dabei wird gefordert, dass die Verschiebung entlang von Elementrändern kontinuierlich verlaufen muss. Häufig wird damit die Kompatibilität von Elementen beschrieben. Das Ergebnis ist die Bewegungsgleichung für die Gesamtstruktur die aus einer endlichen

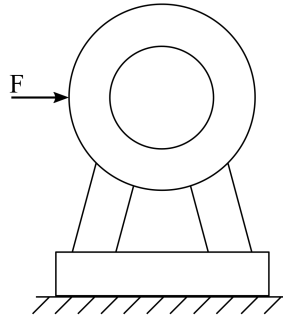


Abb. 2.2: Anregung einer Struktur durch die Kraft F

Summe von Finiten Elementen zusammengesetzt ist:

$$[M] \{\ddot{w}\} + [C] \{\dot{w}\} + [K] \{w\} = \{F\} \quad , \quad (2.1)$$

wobei $\{w\}$ der Verschiebungsvektor, $\{F\}$ der Kraftvektor, $[M]$ die Massenmatrix, $[C]$ die Dämpfungsmatrix und $[K]$ die Steifigkeitsmatrix ist. Diese drei Matrizen werden auch als Systemmatrizen bezeichnet. In dieser Arbeit sind die Systemmatrizen symmetrisch, so dass beispielsweise gyroskopische Effekte nicht berücksichtigt sind. Eine ausführliche Beschreibung der FEM gibt Link [12] in seinem Buch.

Mit dieser Bewegungsgleichung ist der Zusammenhang zwischen der angreifenden Kraft und der resultierenden Deformation gegeben. Diese Beziehung ist wichtig für das numerische Modell, das auf dem Echtzeitregler hinterlegt wird. Aus den Schnittkräften wird mit Hilfe dieses Modells die Deformation berechnet, die als Verfahrbefehle für MAVIS eingesetzt werden. Anschließend wird untersucht, wie aus einer vorgegebenen Bewegung an der Schnittstelle die Schnittkraft berechnet wird. Diese Problemstellung ergibt sich, wenn die reale Struktur betrachtet wird. Wenn MAVIS eine Bewegung vorgibt, wird an dem FMD eine Schnittkraft aufgrund der Bewegung der realen Struktur gemessen. Liegt ein Modell für die numerische und physikalische Struktur vor, kann das gekoppelte System aus der virtuellen und der realen Struktur numerisch simuliert werden.

2.1 Kraftanregung

In diesem Abschnitt wird das Antwortverhalten der mechanischen Struktur auf eine externe Kraft mathematisch beschrieben. In Abb. 2.2 ist eine Struktur zu sehen, die durch eine externe Kraft F angeregt wird. Dazu werden die modalen Größen Eigenfrequenz, Dämpfung, modale Masse und Eigenform eingeführt. Diese Größen erlauben es, die Anzahl der Variablen des mathematischen Modells in einem betrachteten Frequenzbereich zu reduzieren.

Gegenüber den Trägheitskräften und Rückstellkräften sind die Dämpfungskräfte sehr klein, daher werden die Dämpfungskräfte zunächst vernachlässigt und angenommen, dass sich die Steifigkeits- und Massenmatrix nicht mit der Zeit ändern. Das System ist linear und zeitinvariant. Anschließend wird Gl. (2.1) in den Frequenzraum transformiert und die äußeren Kräfte zu null gesetzt:

$$\left(-\Omega^2 [M] + [K]\right) \{w\} = \{0\} \quad . \quad (2.2)$$

Die äußeren Kräfte werden nicht betrachtet, da das Eigenverhalten des Systems dadurch nicht beeinflusst wird. Die ursprüngliche Gleichung ist nun auf ein Eigenwertproblem zurückgeführt. Das Ergebnis dieser Eigenwertanalyse ergibt die Eigenkreisfrequenzen ω_0 und Eigenvektoren $\{\varphi\}$. Die Eigenfrequenzen sind die Frequenzen, in der das System ohne äußere Einflüsse frei ausschwingt. Die Eigenformen beschreiben die Deformationen der Struktur bei einer Eigenfrequenz. Es sei darauf hingewiesen, dass die Eigenvektoren linear unabhängig sind. Die Eigenfrequenz und die dazugehörige Eigenform werden zusammen als Mode bezeichnet. Die Modalmatrix $[\Phi]$ ist eine spaltenweise Anordnung der Eigenvektoren in einer Matrix.

Über die Modalmatrix $[\Phi]$ können die physikalischen Koordinaten $\{w\}$ aufgrund der linearen Unabhängigkeit der Eigenvektoren in modale Koordinaten $\{q\}$ transformiert werden:

$$\{w\} = [\Phi] \{q\} \quad . \quad (2.3)$$

Um die Kraft ebenfalls in den Modalraum zu transformieren, wird diese mit der transponierten Modalmatrix $[\Phi]^T$ multipliziert. Das ist die sogenannte kontragrediente Transformation [12]. Nun wird die komplette Bewegungsgleichung (2.1) mit den Dämpfungs-kräften in den Modalraum transformiert:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}\} + [\Phi]^T [C] [\Phi] \{\dot{q}\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{q\} = [\Phi]^T \{F\} \quad , \quad (2.4)$$

$$\{\ddot{q}\} + [\zeta] \{\dot{q}\} + [\Lambda] \{q\} = [m]^{-1} \{Q\} \quad . \quad (2.5)$$

mit dem modalen Kraftvektor $\{Q\}$, der modalen Dämpfungsmatrix $[\zeta]$, der modalen Steifigkeitsmatrix $[\Lambda]$ und der modalen Massenmatrix $[m]$. Die modale Steifigkeitsmatrix beinhaltet die quadratischen Eigenkreisfrequenzen auf der Hauptdiagonalen und die modale Massenmatrix hat ebenfalls nur Einträge auf der Hauptdiagonalen. Wenn die modale Massenmatrix die Einheitsmatrix bildet, so spricht man von einer Massenskalisierung. Die Einträge in der modalen Massenmatrix variieren mit der Skalierung der Eigenvektoren. Eine allgemeine viskose Dämpfungsmatrix $[C]$ führt im Modalraum zu Einträgen in der modalen Dämpfungsmatrix außerhalb der Hauptdiagonalen. Die Lösung des mathematischen Problems vereinfacht sich stark, wenn eine Diagonalmatrix vorliegt. In der modalen Dämpfung werden auf der Hauptdiagonalen von $[\zeta]$ jeweils viskose Dämpfung eines Einmassenschwingers angenommen. Diese Dämpfungsmodellierung entbehrt einer physikalischen Grundlage, es hat sich jedoch in der Praxis gezeigt, dass hinreichend genaue Ergebnisse erzielt werden. Es gibt Ansätze, die versuchen Dämpfung lokal physikalisch zu modellieren, allerdings wird die Lösung des mathematischen Problems dadurch deutlich komplizierter.

In Gl. (2.5) sind, wie bereits beschrieben, nur Diagonalmatrizen. Damit entsteht ein System entkoppelter Differenzialgleichungen, die jeder für sich als Einmassenschwinger gelöst werden kann. Durch die Rücktransformation nach Gl. (2.3) werden die jeweiligen Einmassenschwinger wieder gekoppelt und in den physikalischen Raum überführt. Mit der Transformation in den Modalraum und zurück in den physikalischen Raum, ist Gl. (2.5) äquivalent zu Gl. (2.1), wenn die Modalmatrix $[\Phi]$ alle Eigenformen enthält. Häufig interessiert nur ein Frequenzbereich, der mit den jeweiligen Moden in dem Frequenzbereich abgebildet werden kann. Wenn nur ausgewählte Moden berücksichtigt werden, reduzieren sich die Koordinaten bzw. modalen Freiheitsgrade auf die Anzahl der betrachteten Moden.

Aus den obigen Überlegungen kann nun ein Antwortverhalten als Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der Frequenz hergeleitet werden. Das Verhältnis zwischen Krafteingang in das mechanische System und Antwortverhalten ergibt sich zu

$$\{w\} = [H_w(\Omega)] \{F\} = \sum_{i=1}^N \frac{\{\varphi_i\} \{\varphi_i\}^T}{m_i [(\Omega^2 - \omega_i^2) - 2jD_i\omega_i\Omega]} \{F\} \quad , \quad (2.6)$$

mit der Erregerfrequenz Ω und dem Dämpfungsmaß D .

Die Übertragungsfunktion in Gl. (2.6) kann auch als Summation von Einmassenschwingern interpretiert werden, die über die Eigenformen gekoppelt sind. Das dynamische Verhalten eines linearen, zeitinvarianten mechanischen Systems wird durch die Eigenfrequenzen, Eigenformen, modale Dämpfungen und modale Massen bestimmt. Diese vier Größen können für jede betrachtete Mode experimentell ermittelt werden, wohingegen es sehr schwierig ist, die Massenmatrix $[M]$ und Steifigkeitsmatrix $[K]$ oder gar die Dämpfungsmatrix $[D]$ aus Versuchen zu bestimmen. Das modale Modell wird verwendet, um das dynamische Verhalten der numerischen Struktur zu charakterisieren.

2.2 Fußpunktanregung

Die Bewegungsgleichung (2.1) wird nun so umformuliert, dass das Antwortverhalten auf eine vorgegebene Beschleunigung berechnet werden kann. Ein Beispiel für eine Fußpunktanregung ist in Abb. 2.3 zu sehen, in der die Beschleunigung \ddot{w}_b am Fußpunkt vorgegeben wird. Füllekrug und Sinapius [8] beschreiben in einem Forschungsbericht, wie diese Gleichung hergeleitet werden. Zunächst werden die Koordinaten neu sortiert, so dass freie Koordinaten und vorgegebene Bewegungen getrennt werden. Die Massenmatrix, Steifigkeitsmatrix und Dämpfungsmatrix müssen dementsprechend umsortiert werden. Danach werden die freien Koordinaten als Relativbewegungen umformuliert. Durch die Beschreibung in Relativkoordinaten, wird das bewegte System vom Fußpunkt entkoppelt. Es verbleibt eine effektive äußere Kraft, die aus Trägheitskräften des Systems aufgrund der Basisbewegung resultieren. Nur diese effektive Kraft ist abhängig von der vorgegebenen Bewegung. Damit kann nun ein modales Modell hergeleitet werden, welches eine Beziehung zwischen der aufgezwungenen Bewegung und der Relativbe-

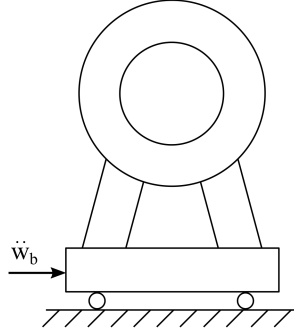


Abb. 2.3: Fußpunktanregung mit der vorgegebenen Beschleunigung \ddot{w}_b [12]

wegung beschreibt. Mit den Relativbewegungen und der vorgegebenen Basisbewegung werden in einem letzten Schritt die Schnittkräfte berechnet.

Gl. (2.1) wird so partitioniert, dass vorgegebenen Basisbewegungen $\{w\}_b$ und unbekannte freie Bewegungen $\{w\}_a$ getrennt werden.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [M]_{aa} & [M]_{ab} \\ [M]_{ba} & [M]_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{w}\}_a \\ \{\ddot{w}\}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]_{aa} & [C]_{ab} \\ [C]_{ba} & [C]_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{w}\}_a \\ \{\dot{w}\}_b \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [K]_{aa} & [K]_{ab} \\ [K]_{ba} & [K]_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{w\}_a \\ \{w\}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F\}_a \\ \{R\} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

R sind die Reaktionskräfte aufgrund der Bewegung. Nun werden die freien Bewegungen als relative Bewegungen zu den vorgegebenen Bewegungen ausgedrückt:

$$\{w\}_a = \{w\}_a^{\text{stat}} + \{w\}_a^{\text{dyn}} \quad (2.8)$$

$$\{w\}_a^{\text{stat}} = [T_a] \{w\}_b \quad (2.9)$$

Die Fußpunktbewegung $\{w\}_b$ gibt eine Basisbewegung vor, die von $\{w\}_a^{\text{stat}}$ als Starrkörperbewegung an den freien Freiheitsgraden gefolgt wird. Die Transformationsmatrix $[T_a]$ gibt diesen Zusammenhang wieder. Die Relativverschiebungen $\{w\}_a^{\text{dyn}}$ beschreiben die dynamischen elastischen Bewegungen an den freien Freiheitsgraden. Die Ableitung dieser Bewegungen würde zu weiteren Termen führen, da das Koordinatensystem nicht ortsfest ist. Füllekrug und Sinapius [7] haben gezeigt, dass diese Terme für den Fall einer Fußpunktanregung mit MAVIS vernachlässigbar sind, wenn das Koordinatensystem nur vernachlässigbare rotatorische Bewegungen ausführt. Nach Link [12] kann die Transformationsmatrix $[T_a]$ aus dem statischen Fall ohne äußere Krafteinwirkung berechnet werden:

$$\begin{bmatrix} [K]_{aa} & [K]_{ab} \\ [K]_{ba} & [K]_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{w\}_a \\ \{w\}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\{w\}_a^{\text{stat}} = -[K]_{aa}^{-1} [K]_{ab} \{w\}_b = [T_a] \{w\}_b \quad (2.11)$$

$$\rightarrow [T_a] = -[K]_{aa}^{-1} [K]_{ab} \quad . \quad (2.12)$$

Entspricht die vorgegebene Basisbewegung $\{w\}_0$ nicht der Bewegung am Fußpunkt der Struktur $\{w\}_b$, so kann auch dies über eine Transformationsmatrix $[T_b]$ berücksichtigt werden:

$$\{w\}_0 = [T_b] \{w\}_b \quad . \quad (2.13)$$

Diese Beziehung wird z.B. immer dann benötigt, wenn die Basis der Struktur nicht in der Mitte der Tischplatte von MAVIS montiert ist und sowohl translatorische als auch rotatorische Basisbewegungen vorgegeben werden. In dieser Arbeit entspricht die vorgegebene Bewegung dem Fußpunkt, daher gilt

$$[T_b] = [I] \quad . \quad (2.14)$$

Mit diesen Zusammenhängen kann nun folgende Transformation von Relativkoordinaten in Absolutkoordinaten durchgeführt werden:

$$\begin{bmatrix} \{w\}_a \\ \{w\}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [T]_a \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{w\}_a^{\text{dyn}} \\ \{w\}_0 \end{bmatrix} = [T_G] \{w\}^{\text{dyn}} \quad . \quad (2.15)$$

Über die kontragrediente Transformation [12] werden die Kräfte auf die neu eingeführten Koordinaten überführt.

$$\begin{bmatrix} \{F\}_a^{\text{dyn}} \\ \{R\} \end{bmatrix} = [T]_G^T \begin{bmatrix} \{F\}_a \\ \{R\} \end{bmatrix} \quad , \quad (2.16)$$

wobei $\{F\}_a^{\text{dyn}}$ die effektiv wirkende Kraft auf das Relativsystem ist.

Nun wird die gesamte Gleichung (2.7) auf die neu eingeführten Koordinaten transformiert

$$\begin{aligned} [T_G]^T [M] [T_G] \begin{bmatrix} \{w\}_a^{\text{dyn}} \\ \{w\}_0 \end{bmatrix} + [T_G]^T [D] [T_G] \begin{bmatrix} \{w\}_a^{\text{dyn}} \\ \{w\}_0 \end{bmatrix} + \\ + [T_G]^T [K] [T_G] \begin{bmatrix} \{w\}_a^{\text{dyn}} \\ \{w\}_0 \end{bmatrix} = [T_G]^T \{F\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die Transformation der Steifigkeitsmatrix wird nun genauer untersucht. Zuvor werden die beiden Identitäten

$$[K]_{aa}[T_a] + [K]_{ab} = [0] \quad (2.18)$$

$$\text{und } [K]_{ba}[T_a] + [K]_{bb} = [0] \quad (2.19)$$

aus Gl. (2.12) eingeführt. Damit ergibt sich

$$[T_G]^\top [K] [T_G] = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [T_a]^\top & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K]_{aa} & [K]_{ab} \\ [K]_{ba} & [K]_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I] & [T_a] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$= \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [T_a]^\top & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K]_{aa} & [K]_{aa}[T_a] + [K]_{ab} \\ [K]_{ba} & [K]_{ba}[T_a] + [K]_{bb} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$= \begin{bmatrix} [K]_{aa} & [0] \\ [T_a]^\top [K]_{aa} + [K]_{ba} & [0] \end{bmatrix} . \quad (2.22)$$

Betrachten von $[K]_{21}$

$$[T_a]^\top [K]_{aa} + [K]_{ba} = - \left([K]_{aa}^{-1} [K]_{ab} \right)^\top [K]_{aa} + [K]_{ba} \quad (2.23)$$

$$= -[K]_{ab}^\top [K]_{aa}^{-T} [K]_{aa} + [K]_{ba} \quad (2.24)$$

$$= -[K]_{ba} + [K]_{ba} = [0] . \quad (2.25)$$

Es gilt $[K]_{ab}^\top = [K]_{ba}$ und $[K]^{-1} = [K]^{-T}$ aufgrund des symmetrischen Aufbaus. Oder:

$$[T_a]^\top [K]_{aa} + [K]_{ba} = ([K]_{aa}[T_a] + [K]_{ab})^\top = [0]^\top . \quad (2.26)$$

Damit ergibt sich

$$[T_G]^\top [K] [T_G] = \begin{bmatrix} [K]_{aa} & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} . \quad (2.27)$$

Das bedeutet, dass die Relativkoordinaten nicht über die Steifigkeitsmatrix mit den erzwungenen Bewegungen gekoppelt sind. Eine Fußpunktbewegung führt nicht zu einer elastischen Rückstellkraft im Relativsystem. Außerdem kann daraus abgelesen werden, dass der Fußpunkt keine Steifigkeit hat. Analog kann das gleiche für die Dämpfungskräfte hergeleitet werden. Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, werden die Dämpfungseigenschaften so gewählt, dass diese eine Entkopplung im Modalraum erlauben und die Dämpfungsmatrix damit ähnlich aufgebaut ist wie die Steifigkeitsmatrix. Daher gilt die obige Herleitung auch für die Dämpfungskräfte.

Im Folgenden wird die Massenkopplung vernachlässigt, also $[M]_{ab} = [M]_{ba}^\top = [0]$. Bei einer Diagonalmatrix ist eine Massenkopplung ohnehin nicht vorhanden. Es wird angenommen, dass keine weitere Kraft an die freie Struktur angreift, das heißt $\{F\}_a = 0$. Damit ergibt sich

$$[M]_{aa}\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}} + [C]_{aa}\{\dot{w}\}_a^{\text{dyn}} + [K]_{aa}\{w\}_a^{\text{dyn}} = -[M]_{aa}[T_a]\{\ddot{w}\}_b , \quad (2.28)$$

$$[T_a]^\top [M]_{aa}\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}} + ([T_a]^\top [M]_{aa}[T_a] + [M]_{bb})\{\ddot{w}\}_b = \{R\} . \quad (2.29)$$

Das freie System mit den relativen Koordinaten wird mit Gl. (2.28) beschrieben. Diese Gleichung ist ähnlich aufgebaut wie bei einer reinen Kraftanregung, wobei die Kraft einer Trägheitskraft entspricht und von der erzwungenen Bewegung abhängig ist. Durch die vorgegebene Bewegung und der Massenverteilung der Struktur wirkt eine effektive Trägheit auf das Relativsystem. Mit den Überlegungen aus dem vorherigen Abschnitt kann diese Gleichung auch im Modalraum beschrieben werden:

$$\{\ddot{q}\}_a^{\text{dyn}} + [\zeta]\{\dot{q}\}_a^{\text{dyn}} + [\Lambda]\{q\}_a^{\text{dyn}} = -[m]^{-1}[\phi]^T[M]_{aa}[T_a]\{\ddot{w}\}_b \quad . \quad (2.30)$$

Als Übertragungsfunktion von Basisbeschleunigung zu Relativbeschleunigung ergibt sich

$$\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}} = [H_a(\Omega)]\{\ddot{w}\}_b = \sum_i^N \{\varphi\}_i \frac{\Omega^2}{m_i [(\Omega^2 - \omega_i^2) - 2jD_i\omega_i\Omega]} \{\varphi\}_i^T [M]_{aa} [T_a] \{\ddot{w}\}_b \quad . \quad (2.31)$$

Aus Gl. (2.29) kann mit Gl. (2.31) ein Zusammenhang zwischen den Basiskräften und den Basisbeschleunigungen hergestellt werden:

$$\{R\} = [H_R(\Omega)]\{\ddot{w}\}_b \quad , \quad \text{mit} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} [H_R(\Omega)] &= [T_a]^T [M]_{aa} \sum_i^N \{\varphi\}_i \frac{\Omega^2}{m_i [(\Omega^2 - \omega_i^2) - 2jD_i\omega_i\Omega]} \{\varphi\}_i^T [M]_{aa} [T_a] + \\ &+ [T_a]^T [M]_{aa} [T_a] + [M]_{bb} \end{aligned} \quad . \quad (2.33)$$

Auf MAVIS wird eine Struktur auf dem Tisch angebracht und anschließend durch Bewegung des Tisches zu einer Schwingung angeregt. Mit Gl. (2.33) kann die Reaktionskraft aufgrund der vorgegebenen Bewegung berechnet werden.

Mit Gln. (2.6) und (2.33) sind die numerische Struktur aufgrund einer äußeren Krafteinleitung und die physikalische Struktur aufgrund einer Fußpunktbewegung mathematisch beschrieben. Das ermöglicht weitere theoretische Untersuchungen an diesen Modellen und findet in der Stabilitätsbetrachtung in Kapitel 5 Verwendung.

2.3 Teilstrukturierung

In der Strukturdynamik befasst man sich in dem Teilgebiet der Teilstrukturierung¹ mit der Fragestellung, wie das Gesamtverhalten eines Systems aus den Verhalten von Subsystemen abgeschätzt werden kann. Bei der FEM wird ein sehr ähnliches Vorgehen angewandt. Wie in der Einleitung erwähnt, kann durch das Zusammensetzen der einfachen Finiten Elemente eine komplexe Struktur aufgebaut und berechnet werden. Abb. 2.4 zeigt eine Struktur, die aus Teilstrukturen zusammengesetzt wird. De Klerk et al. [10]

¹engl. Substructuring

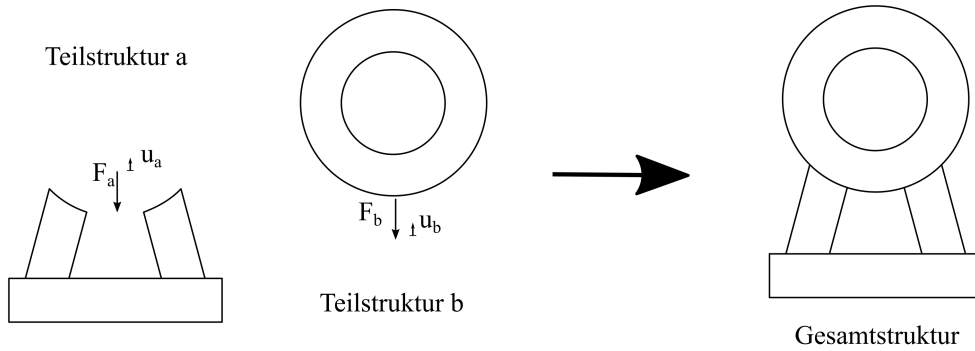


Abb. 2.4: links: Teilstrukturen a und b mit den Schnittkräften F_a , F_b und den Verschiebungen an der Schnittstelle u_a , u_b , rechts: Aus a und b zusammengesetzte Gesamtstruktur

fassen in ihrem Aufsatz die verschiedenen Möglichkeiten aus der Teilstrukturierung zusammen. In diesem Abschnitt wird ein Überblick über das Gebiet der Teilstrukturierung gegeben.

Das Verfahren ähnelt der HILS. Eine Schnittstelle wird definiert, an der die Bauteile gekoppelt werden. An dieser Stelle werden zwei Randbedingungen festgelegt. Zum einen die Kompatibilitätsbedingung und zum anderen die Gleichgewichtsbedingung.

$$u_a = u_b \quad (2.34)$$

$$F_a = -F_b \quad (2.35)$$

Die Verschiebung an beiden Teilstrukturen an der Schnittstelle muss dieselbe sein. Dies wird in Gl. (2.34) ausgedrückt und ist die Kompatibilitätsbedingung. Gl. (2.35) beschreibt die Gleichgewichtsbedingung. Das bedeutet, dass die Schnittkräfte im Gleichgewicht stehen müssen. In Abb. 2.4 sind zwei Teilstrukturen zu sehen, auf denen die Kräfte F_a und F_b wirken. Zudem kommt es zu einer Verschiebung u_a und u_b . Mit den beiden Bedingungen kann aus diesen beiden Teilstrukturen das Verhalten der Gesamtstruktur abgeschätzt werden.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten diese beiden Bedingungen einzusetzen, um das Verhalten der Gesamtstruktur abzuschätzen. Bei der direkten Kopplung werden die Steifigkeitsmatrix, Dämpfungsmatrix und Massenmatrix der Teilstrukturen verwendet und zusammengeführt. Diese Art der Kopplung wird beim Assemblieren von FE Modellen automatisch im Hintergrund vorgenommen.

Eine andere Möglichkeit ist die Kopplung im Frequenzbereich. Aus gemessenen Frequenzgängen wird ein Frequenzgang des Gesamtsystems abgeschätzt. Hierzu wird die Bewegungsgleichung im Frequenzbereich betrachtet und die Kompatibilitätsbedingung sowie die Gleichgewichtsbedingung in den Frequenzbereich transformiert.

Neben diesen beiden Möglichkeiten kann die Kopplung der Strukturen auch im Modalraum vorgenommen werden. Die Kompatibilitätsbedingung und die Gleichgewichtsbedingung müssen dazu in den Modalraum transformiert werden. Anschließend wird das Gesamtsystem aus den Eigenfrequenzen, Dämpfungen, Eigenformen und modalen Massen der Teilstrukturen zusammengesetzt.

Die Teilstrukturen werden über die Gleichungen (2.34) und (2.35) gekoppelt. Um diese Kopplung experimentell abzubilden, muss die Messung an den Schnittstellen sehr fein aufgelöst sein. Es ist zudem schwierig rotatorische Freiheitsgrade messtechnisch zu erfassen. Aufgrund dieser Herausforderungen konnte sich die Teilstrukturierung noch nicht durchsetzen.

Ein neues Forschungsfeld ist die sogenannte Echtzeit Teilstrukturierung oder auch hybride Simulation². Eine physikalische Struktur wird mit einer numerischen Struktur an einer definierten Schnittstelle gekoppelt. Die Bewegung an der Schnittstelle wird durch einen Aktuator ausgeführt. Auch in diesem Fall müssen beide Bedingungen erfüllt werden. Die Kompatibilitätsbedingung wird erfüllt, indem die reale Struktur am Aktuator befestigt wird. Durch Messen der Schnittkräfte und Rückführung in das numerische Modell wird auch die Gleichgewichtsbedingung erfüllt. Das entspricht einer HILS, die in dieser Arbeit untersucht wird.

²engl. Real Time Hybrid Substructuring

3 Regelungstechnische Grundlagen

Die Regelungstechnik befasst sich mit der Aufgabe, in einem Prozess ein gewünschtes Verhalten zu erzwingen. Mit Sensoren werden permanent Daten aufgenommen, um den Prozess zu beobachten. Durch Aktuatoren kann Einfluss auf den Prozess genommen werden, falls die Messdaten nicht dem gewünschten Zustand entsprechen. MAVIS wird geregelt, um vorgegebenen Verfahrerbefehle genau folgen zu können. Außerdem werden in der Regelungstechnik umfangreiche mathematische Werkzeuge zur Verfügung gestellt, um dynamische Systeme zu analysieren.

In diesem Kapitel werden zunächst mathematische Modelle für Regelstrecken vorgestellt. Regelstrecken weisen ein dynamisches Systemverhalten auf, ähnlich wie eine mechanische Struktur auch ein dynamisches Verhalten aufzeigt. Für solche Modelle gibt es einheitliche Beschreibungsformen. Das zeitdiskrete Zustandsraummodell hat sich in der Arbeit von Fröchtenicht [6] als robust und effizient erwiesen und wird für die Simulation des numerischen Modells verwendet. Die Parameter für die mathematischen Modelle können aus einer physikalischen Modellbildung, z.B. auf Basis der FEM abgeleitet werden. Alternativ ist es auch möglich, die Parameter aus Messdaten zu bestimmen. Dies ist auch als Systemidentifikation bekannt. In einem späteren Kapitel wird MAVIS identifiziert. Anschließend wird gezeigt, wie aus identifizierten Modellen die Regelgüte verbessert werden kann. Das sind sogenannte modellbasierte Regelungen, wodurch das Verhalten von MAVIS optimiert werden soll. Ein geschlossener Regelkreis kann instabil werden. Daher ist die Stabilitätsbetrachtung ein wichtiges Teilgebiet in der Regelungstechnik. In einem späteren Kapitel wird auf dieses Thema gesondert eingegangen.

3.1 Regelstreckenmodelle

Regelstrecken sind Systeme, die sich dynamisch verhalten. Abb. 3.1 zeigt ein System mit dem Eingang u und den Ausgang y . Wenn das System nur einen Ein- und Ausgang hat, spricht man von einem SISO (Single Input Single Output) System. Bei mehreren Ein- und Ausgängen handelt es sich um ein MIMO (Multiple Input Multiple Output) System.

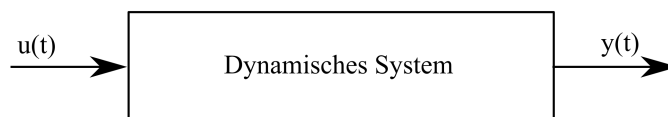


Abb. 3.1: Dynamisches System mit dem Eingang u und dem Ausgang y .

Für die Regelungstechnik ist die Auswirkung des Eingangs auf den Ausgang wichtig. Bei einer mechanischen Struktur kann beispielsweise der Eingang eine Kraft an einem bestimmten Ort sein und der Ausgang eine gemessene Beschleunigung an einem anderen Ort. Dynamische Systeme können mit Hilfe von Differenzialgleichungen beschrieben werden. Im vorhergehenden Kapitel ist die Bewegungsgleichung eingeführt worden, was einer Differenzialgleichung für ein strukturelles Problem entspricht.

Differenzialgleichungen Hängt der Ausgang der untersuchten Gleichung von der Zeit ab, spricht man von Modellen im Zeitbereich. Werden für die Beschreibung eines Modells Differenzialgleichungen verwendet, werden diese zeitkontinuierlich genannt. Mit der Laplace Transformation kann eine Differenzialgleichung in eine algebraische Gleichung überführt werden. Die untersuchte Variable hängt nicht mehr von der Zeit ab, sondern von der Laplace Variable s , der sich in der komplexen Ebene befindet:

$$s = \delta + j\Omega \quad . \quad (3.1)$$

Bildet man für den Realteil δ der Laplace Variable s einen Grenzwert gegen null, dann wird aus der Laplace Variable die komplexe Frequenz $j\Omega$ und beschreibt den Frequenzbereich der Fourier Transformation. Wenn eine Differenzialgleichung in finite Differenzen diskretisiert wird, handelt es sich um ein zeitdiskretes Modell. Über die z -Transformation wird ein zeitdiskretes Modell in den Frequenzbereich mit der z -Variable überführt. Man spricht auch vom z -Bereich. Die Beziehung zwischen der z -Variable und der Laplace Variable lautet:

$$z = e^{sT_s} \quad , \quad (3.2)$$

mit der Abtastzeit T_s .

Mit diesen mathematischen Grundlagen werden in der Regelungstechnik dynamische Systeme beschrieben. Modelle können von einem Bereich in den anderen transformiert werden und auch wieder zurück. [13, 14]

Nun wird gezeigt, wie die verschiedenen Modelle in den verschiedenen Bereichen beschrieben werden. Eine Differenzialgleichung kann im Allgemeinen folgendermaßen beschrieben werden, mit $(\bullet)^{(n)} = \frac{d^n(\bullet)}{dt^n}$:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_mu^{(m)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u \quad , \quad (3.3)$$

wobei u dem Eingang und y dem Ausgang entspricht. Für reale Systeme gilt $n > m$. Der Koeffizient der höchsten Ableitung der Eingangsgröße ist auf eins normiert, das heißt Normalform einer Differenzialgleichung.

Gebrochenrationale Funktionen Die Übertragungsfunktion beschreibt das Verhältnis des Ausgangssignals zu einem Eingangssignal. Es ist also das Verhältnis von y zu u . Die obige Differenzialgleichung (3.3) kann in eine gebrochenrationale Funktion überführt werden, indem die Gleichung über die Laplace Transformation in den Laplace Bereich

oder über die Fourier Transformation in den Frequenzbereich transformiert wird. Damit entfallen die Ableitungen und die Differenzialgleichung wird zu einem Polynom. Anschließend wird die Ausgangsvariable y auf die Eingangsvariable u bezogen und man erhält folgenden Ausdruck:

$$H(j\Omega) = \frac{Y(j\Omega)}{U(j\Omega)} = \frac{b_m(j\Omega)^m + b_{m-1}(j\Omega)^{m-1} + \dots + b_1j\Omega + b_0}{(j\Omega)^n + a_{n-1}(j\Omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\Omega) + a_0} \quad (3.4)$$

Die obige Funktion beschreibt das Verhalten im Frequenzbereich. Wie bereits beschrieben, ist dieses Modell verwandt mit dem Laplacebereich. Um das Modell im Laplacebereich zu beschreiben, wird $j\Omega$ mit s ersetzt.

Auch im zeitdiskreten Bereich kann das gebrochen rationale Polynom aus einer Differenzengleichung hergeleitet werden. Dazu wird die Differenzengleichung in den z -Bereich transformiert und die Ausgangsvariable auf die Eingangsvariable bezogen:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_m + b_{m-1}z^{-1} + \dots + b_1z^{-m+1} + b_0z^{-m}}{1 + a_{n-1}z^{-1} + \dots + a_1z^{-n+1} + a_0z^{-n}} \quad (3.5)$$

Die obige Darstellung wird verwendet, um das Verhalten von digitalen Filtern zu beschreiben. Daher werden diese Koeffizienten häufig Filterkoeffizienten genannt. Auch wenn in Gln. (3.4) und (3.5) die Polynomkoeffizienten dieselbe Benennung haben, sei darauf hingewiesen, dass sich für dasselbe System unterschiedliche Koeffizienten im zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Bereich ergeben. Die Koeffizienten im zeitdiskreten Bereich sind abhängig von der gewählten Zeitschrittweite. Eine Differenzialgleichung wird in eine Differenzengleichung überführt, indem die Bewegungsgleichung über einen geeigneten diskreten Zeitschritt T_s integriert wird. Juang [9] beschreibt beispielsweise dieses Vorgehen. Die Integration kann auch numerisch, wie beispielsweise über die Trapezregel erfolgen. Die Zeitdiskretisierung durch die Trapezregel wird auch als Tustin's Method bezeichnet, die als Grundlage für die bilineare Transformation eingesetzt wird. Bei dieser Form der Diskretisierung werden die Frequenzen verzerrt, das heißt, das Verhalten bei einer bestimmten Frequenz im zeitkontinuierlichen Modell spiegelt sich bei einer leicht geänderten Frequenz im zeitdiskreten Modell wider.

Zustandsraummodelle Neben den gebrochenrationalen Funktionen gibt es die sogenannten Zustandsraummodelle zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens im Zeitbereich. Zwischen dem Eingang und dem Ausgang werden Zustände definiert, die das Systemverhalten beschreiben. Das mathematische Modell für ein zeitkontinuierliches System lautet

$$\{\dot{x}\} = [A_c] \{x\} + [B_c] \{u\} \quad , \quad (3.6)$$

$$\{y\} = [C] \{x\} + [D] \{u\} \quad . \quad (3.7)$$

wobei $\{x\}$ die Zustände, $\{u\}$ die Eingänge und $\{y\}$ die Ausgänge sind. Die obere Gleichung (3.6) ist die Zustandsgleichung mit der Systemmatrix $[A_c]$ und der Steuermatrix

$[B_c]$ im zeitkontinuierlichen Bereich¹. Die Änderung der Zustände wird mit dieser Gleichung beschrieben. Die untere Gleichung (3.7) ist die Ausgabegleichung mit der Beobachtungsmatrix $[C]$ und der Durchgangsmatrix $[D]$. Die beobachteten Werte werden über diese Gleichung ausgegeben. Aus den Zuständen und den Eingangswerten werden die Ausgabewerte berechnet, wobei der Eingang oft keine direkte Auswirkung auf den Ausgang hat, also $[D] = [0]$. Mit einer Eigenwertanalyse der Systemmatrix $[A_c]$ kann das Eigenverhalten des Systems beschrieben werden. Wird wieder eine mechanische Struktur betrachtet, dann wären die Eingänge $\{u\}$ beispielsweise ein Kraftvektor, der auf die Struktur wirkt. Die Ausgänge $\{y\}$ sind die gemessenen Beschleunigungen an bestimmten Punkten. Die Zustände $\{x\}$ beschreiben die Deformation und die Geschwindigkeit der gesamten Struktur. In einem Zustandsraummodell werden nur Differenzialgleichungen erster Ordnung beschrieben. Differenzialgleichungen höherer Ordnung können in Differenzialgleichungen erster Ordnung überführt werden, wenn die Ableitungen als Zustände festgelegt werden. Im nächsten Kapitel wird gezeigt, wie die Bewegungsgleichung (2.1) in ein Zustandsraummodell überführt wird.

Das Zustandsraummodell kann zeitdiskret² beschrieben werden:

$$\{x_{i+1}\} = [A_d] \{x_i\} + [B_d] \{u_i\} \quad , \quad (3.8)$$

$$\{y_i\} = [C] \{x_i\} + [D] \{u_i\} \quad . \quad (3.9)$$

Aus der Zustandsgleichung ist zu sehen, dass die nächsten Zustände aus den Zuständen des aktuellen Zeitschritts berechnet werden können. Die Beobachtungsmatrix $[C]$ und die Durchgangsmatrix $[D]$ sind für das zeitdiskrete und zeitkontinuierliche Modell identisch. Die zeitdiskrete Systemmatrix $[A_d]$ und die zeitdiskrete Steuermatrix $[B_d]$ werden aus den zeitkontinuierlichen Matrizen folgendermaßen berechnet[13]:

$$[A_d] = e^{[A_c]T_s} \quad , \quad (3.10)$$

$$[B_d] = \int_0^{T_s} e^{[A_c]\tau} d\tau [B_c] \quad . \quad (3.11)$$

Damit kann die Zeitintegration einmalig vor der Anwendung des Modells durchgeführt werden. Bei der Berechnung des Ausgangs des Systems durch den Eingang ist eine einfache Matrixmultiplikation ausreichend. Aufgrund der simplen mathematischen Operation sind diese Modelle für die Echtzeitregelung gut geeignet.

Alle vorgestellten Modelle sind ineinander überführbar. Zustandsraummodelle können eindeutig in eine gebrochenrationale Übertragungsfunktion überführt werden. Werden die gebrochenrationale Funktionen in ein Zustandsraummodell überführt, spricht man von einer Realisierung. Diese Transformation ist jedoch nicht eindeutig. Mit unterschiedlicher Anzahl von Zuständen kann dasselbe Ergebnis erreicht werden. Wenn mit der minimalen Anzahl von Zuständen die gebrochenrationale Funktion im Zustandsraum beschrieben wird, spricht man von einer minimalen Realisierung. [13]

¹Index c für continuous

²Index d für discrete

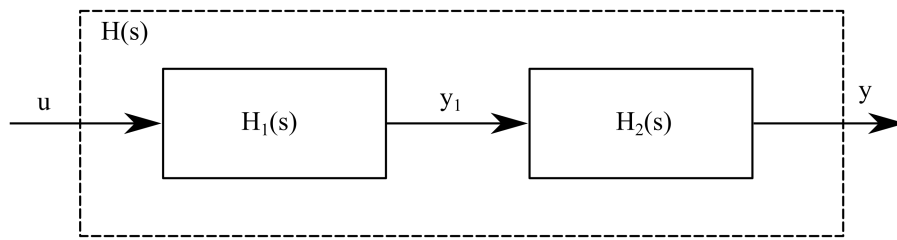


Abb. 3.2: Reihenschaltung zweier Systeme mit der Gesamtübertragungsfunktion $H(s)$

Schaltung von Teilsystemen Häufig werden mehrere Teilsysteme zu einem Gesamtsystem durch Zusammenschlüsse kombiniert, z.B. durch Serienschaltung bzw. Reihenschaltung, Parallelschaltung oder Rückführung. Dazu wird in diesem Abschnitt die mathematische Beschreibung der Reihenschaltung und der Rückführung von Teilsystemen behandelt. Jedes Teilsystem kann durch die oben angeführten Modelle beschrieben werden. Ein Gesamtsystem wird aus verschiedenen Teilsystemen zusammengesetzt. Wenn bekannt ist, wie Teilsysteme verschaltet sind, kann das Verhalten des Gesamtsystems berechnet werden.

Bei einer Reihenschaltung entspricht der Ausgang des ersten Systems dem Eingang des zweiten Systems, siehe Abb. 3.2. Da keine Rückkopplung des Ausgangs auf das System vorliegt, wird dies auch als offener Kreis bezeichnet. Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $H_o(s)$ ergibt sich bei einer Reihenschaltung als Multiplikation der Teilsysteme:

$$H_o(s) = H_1(s)H_2(s) \quad . \quad (3.12)$$

Bei einer Modellierung im Zeitbereich durch Zustandsraummodelle ist der Zusammenhang etwas komplizierter. Zunächst werden die Gleichungen für zwei in Reihe geschaltete Systeme betrachtet

$$\{\dot{x}_1\} = [A_1]\{x_1\} + [B_1]u_1 \quad (3.13)$$

$$y_1 = [C_1]\{x_1\} + D_1u_1 \quad (3.14)$$

$$\text{und } \{\dot{x}_2\} = [A_2]\{x_2\} + [B_2]u_2 \quad (3.15)$$

$$y_2 = [C_2]\{x_2\} + D_2u_2 \quad . \quad (3.16)$$

Wird das System 2 mit System 1 in Reihe geschaltet, so ist der Ausgang des ersten Systems gleich dem Eingang des zweiten Systems. Es gilt folglich $u_2 = y_1$. Die Gesamtanzahl der Zustände bleibt erhalten. Es werden keine Zustände entfernt, aber auch keine hinzugefügt. Der Eingang des Gesamtsystems ist u_1 und der Ausgang ist y_2 .

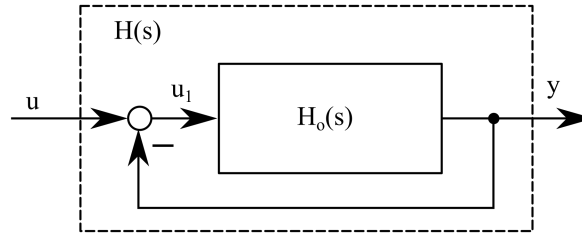


Abb. 3.3: Rückführung eines Systems mit der Übertragungsfunktion des offenen Kreises $H_o(s)$

Daraus ergibt sich in Matrixform:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_1] & [O] \\ [O] & [A_2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B_1] & [O] \\ [O] & [B_2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ y_1 \end{bmatrix} , \quad (3.17)$$

$$y_2 = [C_2]x_2 + D_2y_1 . \quad (3.18)$$

Mit Gl. (3.14) wird y_1 eliminiert und mit u_1 und den internen Zuständen des ersten Systems ersetzt. Es ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} [A_1] & [O] \\ [B_2][C_1] & [A_2] \end{bmatrix}}_{[A]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} [B_1] \\ [B_2][D_1] \end{bmatrix}}_{[B]} u_1 , \quad (3.19)$$

$$y_2 = \underbrace{\begin{bmatrix} [D_2][C_1] & [C_2] \end{bmatrix}}_{[C]} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{[D_2][D_1]}_{[D]} u_1 . \quad (3.20)$$

Die Matrizen $[A]$, $[B]$, $[C]$ und $[D]$ beschreiben das Zustandsraummodell des Gesamtsystems aus zwei Teilsystemen in Reihenschaltung.

Neben der Reihenschaltung gibt es auch die Rückführung, wie sie in Abb. 3.3 zu sehen ist. Diese Struktur wird auch geschlossener Kreis genannt. Der Ausgang des Systems wird dabei zum eigenen Eingang zurückgeführt. Für die Übertragungsfunktion gilt folgender Zusammenhang:

$$H(s) = \frac{H_o(s)}{1 + H_o(s)} . \quad (3.21)$$

Nun wird untersucht, wie sich ein Zustandsraummodell bei Rückführung der Ausgangsgröße ändert. Im geschlossenen System wird der Ausgang wieder als Eingang zurückgeführt, so dass sich $u_1 = u - y$ ergibt.

$$\{\dot{x}\} = [A_o]\{x\} + [B_1](u - [C_o]\{x\} + D_o u) \quad (3.22)$$

$$\{\dot{x}\} = \underbrace{([A_o] - [B_o][C_o])}_{[A]}\{x\} + [B_o](1 - D_o)u \quad , \quad (3.23)$$

$$\{y\} = [C_o]\{x\} + D_o \{u\} \quad . \quad (3.24)$$

Die neue Systemmatrix $[A]$ beschreibt das Verhalten des Systems im geschlossenen Kreis. Ein System kann im offenen Kreis stabil sein, das heißt $[A_o]$ zeigt stabiles Verhalten. Im geschlossenen Kreis kann das System jedoch instabil werden, $[A]$ kann also instabile Eigenwerte enthalten. In Kapitel 5 wird das genauer untersucht.

3.2 Systemidentifikation

Im vorherigen Abschnitt sind Modelle beschrieben, die das Systemverhalten mathematisch beschreiben. Ist der Aufbau des Systems bzw. der Teilsysteme genau bekannt, kann durch eine entsprechende Modellbildung (z.B. mit Finite Elemente Methode) ein Modell des Gesamtsystems aufgebaut werden. Ist der Aufbau eines Systems nicht bekannt, jedoch die Modellstruktur, mit dessen Hilfe das System beschrieben werden kann, verbleibt die Aufgabe der Bestimmung der Modellparameter. Bei einer gebrochenrationalen Funktion nach Gl. (3.4) sind beispielsweise die Polynomkoeffizienten a_i und b_i die Modellparameter. Werden hierfür z.B. Messdaten von einem realen System verwendet, nennt man diesen Vorgang Systemidentifikation.

Die mathematische Modellierung einer mechanischen Struktur wurde im vorherigen Kapitel beschrieben. Aus der diskreten Massenverteilung, Dämpfungsverteilung und Steifigkeitsverteilung können die Parameter für eines der oben beschriebenen Modelle abgeleitet werden. Bei einem strukturmechanischen Modell ist es jedoch so, dass bei der Modellierung Annahmen getroffen werden, die zu falschen Parametern führen können. Beispielsweise ist die Dämpfungsverteilung oftmals unbekannt und die Steifigkeitsverteilung fehlerhaft, weil reale Randbedingungen wie zum Beispiel Reibung nicht korrekt modelliert werden, sondern lediglich durch eine lineare äquivalente Abbildung. Modellierungsannahmen können umgangen werden, indem aus Messdaten die Parameter bestimmt werden. Aber auch hier muss eine geeignete Modellstruktur gewählt werden, deren Parameter an reale Messdaten bestmöglichst angepasst werden.

Um ein System identifizieren zu können, müssen die Eingänge und Ausgänge gemessen werden. Die Idee kann aus Abb. 3.1 entnommen werden. Aus den beiden Signalen wird identifiziert, wie das dynamische System das Eingangssignal ändert. Das Eingangssignal ist von großer Bedeutung für die Identifikation. Durch das Eingangssignal wird bestimmt wie das dynamische System angeregt wird. Häufig wird ein System mit einem Rauschsignal angeregt, um das Systemverhalten über einen größeren Frequenzbereich zu analysieren. Mit einem Sinussignal wird nur eine einzelne Frequenz angeregt, daher

bleibt das Verhalten des dynamischen Systems in einem anderen Frequenzbereich verborgen. Andere übliche Eingangssignale sind Impulse, beispielsweise durch einen Hammerschlag oder Gleitsinus, in dem die Frequenz eines Sinussignals über die Zeit immer weiter ansteigt oder abfällt. Damit werden verschiedene Frequenzen in einem fest definierten Band angeregt. Der Vorteil des Gleitsinussignals ist die hohe Energiedichte, mit der die einzelnen Frequenzen angeregt werden. Das Eingangssignal sollte so gewählt werden, dass der gesamte interessierte Frequenzbereich angeregt wird. Während der Erregung des dynamischen Systems werden die Antworten gemessen. Anschließend werden die Antwortsignale des Systems auf das Erregersignal bezogen. Oftmals geschieht dies im Frequenzbereich, wodurch der Frequenzgang berechnet wird. Die Bestimmung des Frequenzgangs, ohne die Bestimmung weiterer Parameter des Systems, nennt man nichtparametrische Identifikation. Das bedeutet, dass zu einem Frequenzgang bzw. einer Übertragungsfunktion $H(j\Omega)$ der Kurvenverlauf bekannt ist, jedoch nicht die Parameter. Alle Frequenzgänge eines Systems beschreiben das System vollständig in dem untersuchten Frequenzbereich. Äquivalent dazu im Zeitbereich ist die Impulsantwort. Alle Impulsantworten beschreiben das Systemverhalten ebenso vollständig. Aus diesen Kurven können die Parameter des Systems bestimmt werden.

Identifikation der Polynomkoeffizienten einer gebrochenrationalen Funktion Es soll nun gezeigt werden, wie die Parameter einer gebrochenrationalen Funktion im Frequenzbereich aus einer gemessenen Übertragungsfunktion berechnet werden können. Das gewählte Modell für die Übertragungsfunktion kann aus Gl. (3.4) entnommen werden. Um das Modell zu identifizieren, müssen die Polynomkoeffizienten a_k und b_i bestimmt werden. Zunächst wird die Modellordnung gewählt, das heißt die Anzahl der Polynomkoeffizienten a_k und b_i . n sei die Ordnung des Nennerpolynoms und m die Ordnung des Zählerpolynoms. Damit ergeben sich $(m + n + 2)$ Parameter, die zu bestimmen sind. Da der Bruch beliebig skaliert werden kann, ergeben sich unendlich viele Lösungen für dieses Problem. Zähler und Nenner können beispielsweise mit 2 erweitert werden, ohne dass sich das Systemverhalten ändert. Daher wird $a_n = 1$ gewählt, um das Problem eindeutig zu gestalten. Damit reduziert sich die Anzahl der freien Parameter auf $(m + n + 1)$. Mit $(m + n + 1)$ Messpunkten können die gesuchten Parameter eindeutig bestimmt werden. Es ergibt sich folgende Gleichung für einen Messpunkt zu einer Frequenz:

$$H_{\text{Modell}}(j\Omega) = H_{\text{M}}(j\Omega) \quad (3.25)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum_{i=0}^m b_i(j\Omega)^i}{\sum_{k=0}^n a_k(j\Omega)^k} = H_{\text{M}}(j\Omega) \quad (3.26)$$

$$\sum_{i=0}^m b_i(j\Omega)^i - \sum_{k=0}^n a_k(j\Omega)^k H_{\text{M}}(j\Omega) = 0 \quad , \quad (3.27)$$

wobei H_{M} , die Messdaten zu einer Übertragungsfunktion und H_{Modell} die Übertragungsfunktion des Modells beschreibt.

Diese Gleichung kann für $(m+n+1)$ unterschiedliche Frequenzen aus der Übertragungsfunktion aufgeschrieben werden, so dass sich folgendes Gleichungssystem ergibt:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^m b_i(j\Omega_1)^i - \sum_{k=0}^{n-1} a_k(j\Omega_1)^k H_M(j\Omega_1) &= (j\Omega_1)^n H_M(j\Omega_1) \\ \sum_{i=0}^m b_i(j\Omega_2)^i - \sum_{k=0}^{n-1} a_k(j\Omega_2)^k H_M(j\Omega_2) &= (j\Omega_2)^n H_M(j\Omega_2) \\ &\vdots \\ \sum_{i=0}^m b_i(j\Omega_{n+m+1})^i - \sum_{k=0}^{n-1} a_k(j\Omega_{n+m+1})^k H_M(j\Omega_{n+m+1}) &= (j\Omega_{n+m+1})^n H_M(j\Omega_{n+m+1}), \end{aligned}$$

wobei $H_M(j\Omega)$ der gemessene Frequenzgang ist. Die Parameter a_k und b_i werden durch das obige Gleichungssystem bestimmt. Die Übertragungsfunktion des Modells liegt exakt auf den gewählten Stützstellen der gemessenen Übertragungsfunktion.

Gemessenen Daten unterliegen jedoch zufälligen Fehlern, wie beispielsweise Messrauschen. Die identifizierten Parameter werden je nach gewählten Stützstellen variieren. Daher wäre es besser, mehr Datenpunkte zu verwenden, um statistische Fehler aufgrund der großen Datenmenge zu minimieren. Das führt jedoch zu einem überbestimmten Gleichungssystem, das sich nicht mehr lösen lässt. Um dieses Problem zu umgehen, wird eine Zielfunktion gebildet, welche den Fehler des Modells zu den Messdaten widerspiegelt. Der Fehler ergibt sich als Differenz von der Modellgleichung zum gemessenen Frequenzgang

$$(H_{\text{Modell}} - H_M) = \epsilon \quad . \quad (3.28)$$

Als Zielfunktion wird die Norm des Fehlerquadrats gewählt, welche durch Variation der gesuchten Parameter minimiert wird. Die sich beim Minimum des Fehlers einstellenden Parameter sind dann die identifizierten Modellparameter:

$$\min_{\Theta} \|\epsilon^2\|_2 \quad , \quad (3.29)$$

wobei $\{\Theta\}$ der Parametervektor ist, der die zu identifizierenden Parameter enthält.

Um das überbestimmte Gleichungssystem zu erhalten, werden $p > (m+n+1)$ gemessene Punkte als Stützstellen gewählt. Üblicherweise sind dies alle Stützstellen im gewählten Frequenzbereich. Weil viel mehr Datenpunkte verwendet werden, reduziert sich die Auswirkung von zufälligen Fehlern wie etwa Messrauschen.

Dazu wird Gl. (3.27) nun in Matrixform mit p Messpunkten geschrieben:

$$\begin{aligned}
 [J] \{\Theta\} &= \{d\} \quad , \text{ mit} \\
 [J] &= \begin{bmatrix} (j\Omega_1)^m & \dots & j\Omega_1 & 1 & -(j\Omega_1)^{n-1}H_M(j\Omega_1) & \dots & -H_M(j\Omega_1) \\ & & & & \vdots & & \\ (j\Omega_p)^m & \dots & j\Omega_p & 1 & -(j\Omega_p)^{n-1}H_M(j\Omega_p) & \dots & -H_M(j\Omega_p) \end{bmatrix} \quad , \\
 \{\Theta\} &= \begin{bmatrix} b_m & \dots & b_1 & b_0 & a_{n-1} & \dots & a_0 \end{bmatrix}^\top \quad \text{und} \\
 \{d\} &= \begin{Bmatrix} (j\Omega_1)^n H_M(j\Omega_1) \\ \vdots \\ (j\Omega_p)^n H_M(j\Omega_p) \end{Bmatrix} \quad . \\
 \Rightarrow \{\Theta\} &= [J]^+ \{d\} \quad .
 \end{aligned}$$

Der Parametervektor $\{\Theta\}$ enthält die Polynomkoeffizienten und wird aus der Pseudoinversen $[J]^+$ berechnet. Die Lösung mit Hilfe der Pseudoinversen entspricht der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, das heißt Θ erfüllt Gl. (3.29) [22]. Damit sind die gesuchten Parameter gefunden und das mathematische Modell des dynamischen Systems ist identifiziert. Das Modell erlaubt die Vorhersage des Systemverhaltens und kann zu einer besseren Regelung genutzt werden.

Identifikation der Parameter einer harmonischen Schwingung In einigen Fällen ist nur das Verhalten zu diskreten Frequenzen von Interesse. Dann wird mit einer Sinusfunktion angeregt und das Antwortverhalten beobachtet. Bei linearen Systemen entspricht das Antwortverhalten ebenfalls wieder einer einfachen Sinusfunktion mit derselben Frequenz, aber unterschiedlicher Amplitude und Phase. Eine Sinusfunktion kann wie folgt beschrieben werden:

$$y = C \cos(2\pi f_0 t - \varphi) + y_N = A \sin(2\pi f_0 t) + B \cos(2\pi f_0 t) + y_N \quad , \quad (3.30)$$

$$\text{mit} \quad C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (3.31)$$

$$\text{und} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{A}{B}\right) \quad . \quad (3.32)$$

wobei C die Amplitude und φ der Phasenwinkel ist. f_0 ist die Frequenz, bei der die Sinusfunktion schwingt und y_N ein konstanter Versatz³. Gl. (3.30) zeigt, dass die Amplitude und Phase bei bekannter Frequenz mit Hilfe der Variablen A und B als lineare Funktion beschrieben werden können. Analog zur Identifikation gebrochen rationaler Funktionen kann Gl. (3.30) als überbestimmte Matrixgleichung geschrieben werden:

³engl. Offset

$$\begin{bmatrix} 1 & \sin(2\pi f_0 t_0) & \cos(2\pi f_0 t_0) \\ 1 & \sin(2\pi f_0 t_1) & \cos(2\pi f_0 t_1) \\ 1 & \sin(2\pi f_0 t_2) & \cos(2\pi f_0 t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_N \\ A \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

$$[J] \{\Theta\} = \{d\} \quad . \quad (3.34)$$

Werden mehr als drei Datenpunkte y_i und die dazugehörigen Zeitpunkte t_i genommen, so wird Gl. (3.34) überbestimmt. Die Parameter A und B können dann im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt werden. Höherharmonische Terme werden berücksichtigt, wenn Oberwellen aufgrund von Nichtlinearitäten zu erwarten sind. In Gl. (3.34) werden dann zusätzliche Sinus- und Kosinusterme mit der vielfachen Frequenz berücksichtigt:

$$[J] = \begin{bmatrix} 1 & \sin(2\pi f_0 t) & \cos(2\pi f_0 t) & \sin(2\pi 2f_0 t) & \cos(2\pi 2f_0 t) & \dots \end{bmatrix} \quad , \quad (3.35)$$

$$\{\Theta\} = \begin{bmatrix} y_N & A_1 & B_1 & A_2 & B_2 & \dots \end{bmatrix}^\top \quad . \quad (3.36)$$

Wenn bekannt ist, dass die Schwingung ohne Versatz um null schwingt, kann der konstante Anteil y_N vernachlässigt werden. Mit den identifizierten Parametern können beispielsweise ein Amplitudenverhältnis und eine Phasenverzögerung zwischen dem Eingangs- und Ausgangssignal bei der betrachteten Frequenz f_0 bestimmt werden.

3.3 Modellbasierte Regelung

Der Regler zu einem dynamischen System kann besser eingestellt werden, wenn ein mathematisches Modell des Systems zur Verfügung steht. Die Informationen aus dem Modell können beispielsweise genutzt werden, um gezielt Frequenzen zu manipulieren, damit ein optimales Verhalten erzielt wird. Falls die Regelstrecke sich anders als das mathematische Modell verhält, kann die modellbasierte Regelung auch zu einem schlechteren Ergebnis führen. Ausgewählte Regelstrategien werden vorgestellt, die im Rahmen einer mechanischen HILS erfolgreich eingesetzt wurden.

3.3.1 Totzeitkompensation nach Horiuchi

Aktuatoren fahren Zielsignale aufgrund ihrer Trägheit, etwa durch die Masse, nur mit einer Verzögerung nach. Diese Verzögerung kann unter bestimmten Umständen auch als Totzeit modelliert werden. Bonnet [1] hat in seiner Dissertation verschiedene Verfahren zur Kompensation der Totzeit untersucht. Dabei hat sich in seinen Untersuchungen die Totzeitkompensation nach Horiuchi als brauchbar erwiesen. Allerdings muss die Totzeit für die Kompensation vorher aus einer Identifikation bekannt sein.

Das Verfahrenssignal wird in die Zukunft extrapoliert, um die Totzeit zu kompensieren. Durch die Zeitverzögerung wird dann der gewünschte Fahrweg exakt angefahren.

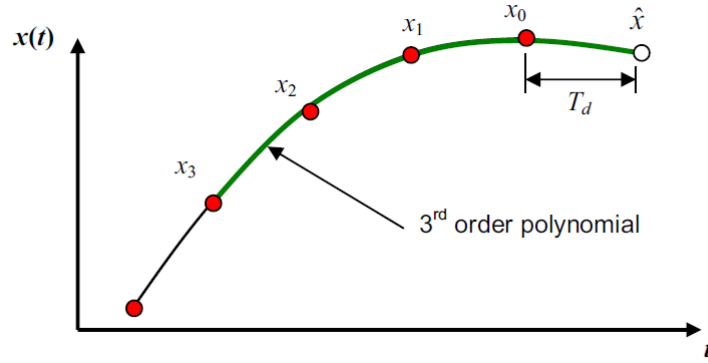


Abb. 3.4: Extrapolation der Bewegung aus vergangenen Zeitschritten um die Totzeit T_d [3]

Abb. 3.4 zeigt das Prinzip. Zunächst wird ein Polynom durch die vergangenen Verfahrspositionen x_i angenähert. Mit diesem Polynom wird anschließend der Verfahrbefehl zu einem zukünftigen Zeitpunkt extrapoliert. Der Zeitschritt, um den extrapoliert wird, ist die Totzeit. Aufgrund der Verzögerung des Versuchsstands wird erwartet, dass das gewünschte Zielsignal genau nachgefahren wird. In dem Bericht von Bonnet wird ein Polynom dritten Grades verwendet, um den zukünftigen Schritt zu extrapolieren. Dazu werden vier Stützstellen benötigt, um die Koeffizienten zu bestimmen. Die Rechenvorschrift lautet:

$$\begin{aligned} y_i = x(t_i + \tau) = & x_i + \left(\frac{\tau}{T_s}\right) \left(-\frac{1}{3}x_{i-3} + \frac{3}{2}x_{i-2} - \frac{3}{1}x_{i-1} + \frac{11}{6}x_i\right) + \\ & + \left(\frac{\tau}{T_s}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}x_{i-3} + \frac{2}{1}x_{i-2} - \frac{5}{2}x_{i-1} + \frac{1}{1}x_i\right) + \\ & + \left(\frac{\tau}{T_s}\right)^3 \left(-\frac{1}{6}x_{i-3} + \frac{1}{2}x_{i-2} - \frac{1}{2}x_{i-1} + \frac{1}{6}x_i\right) \end{aligned} \quad (3.37)$$

mit der Totzeit τ , dem Zeitschritt T_s , den vergangenen Verfahrspositionen x_i und dem Zielwert y_i . In Simulationen wurden zunächst gute Ergebnisse bestätigt. Durch ein veräuschtertes Signal kann das Ergebnis deutlich verschlechtert werden. Mit einer hohen Abtastrate und einer großen Totzeit wird das Verhältnis $\frac{\tau}{\Delta t}$ sehr groß. Das bedeutet, dass sehr weit in die Zukunft extrapoliert wird. In der Konfiguration der vorliegenden Arbeit führen diese Eigenschaften dazu, dass dieses Verfahren schlechte Ergebnisse erzielt hat.

3.3.2 Adaptiver Filter

Im Rahmen einer mechanischen HILS ist auch ein adaptiver Filter als Regler erfolgreich eingesetzt worden. Dieser Algorithmus entstammt aus der Akustik und wird verwendet um aktiv Geräusche zu unterdrücken. Sachau und Baschke [17] haben dieses Verfahren erfolgreich eingesetzt. Als Aktuatoren fungierten elektrodynamische Erreger. Kuo und Morgan [11] behandeln die adaptiven Filter ausführlich in ihrem Aufsatz. Im speziel-

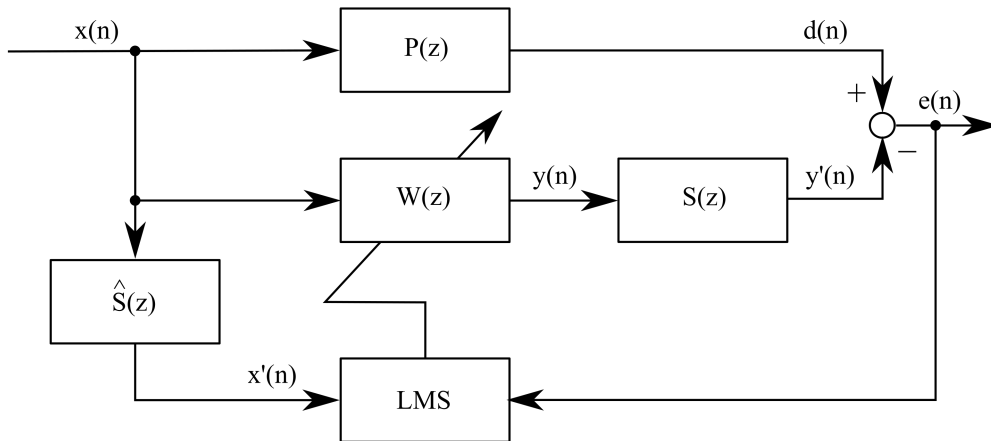


Abb. 3.5: Blockschaltbild eines Adaptiven Filters (FxLMS Algorithmus)[11]. Das Filter $W(z)$ mit der Regelstrecke $S(z)$ wird an das Modell $P(z)$ angepasst.

len wird hier der FxLMS⁴ Algorithmus behandelt, der auch von Sachau und Baschke eingesetzt wird.

In Abb. 3.5 ist das Blockschaltbild für diesen Algorithmus zu sehen. Er ist für zeitdiskrete Systeme entwickelt worden. $P(z)$ ist die Übertragungsfunktion des Systems, das nachgebildet werden soll. Im Falle einer HILS ist es das numerische System beziehungsweise das virtuelle Bauteil. $S(z)$ ist die Regelstrecke, die kompensiert werden soll. In dieser Arbeit handelt es sich dabei um MAVIS. $\hat{S}(z)$ ist ein mathematisches Modell vom MAVIS. $W(z)$ ist ein digitaler Filter, der adaptiv mit jedem Zeitschritt optimiert wird. Die Abhängigkeit von z bedeutet, dass die Systeme zeitdiskret im z -Bereich nach Gl. (3.5) beschrieben sind. LMS ist ein Block der die neuen Filterkoeffizienten durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate⁵ in jedem Zeitschritt aktualisiert. $x(n)$ ist das Eingangssignal, $d(n)$ ist das Antwortsignal des numerischen Systems $P(z)$, $y(n)$ ist das Antwortsignal des digitalen Filters $W(z)$, $y'(n)$ ist die Antwort nachdem das Filtersignal MAVIS $S(z)$ durchlaufen hat und $x'(n)$ ist das Eingangssignal, nachdem es das Modell $\hat{S}(z)$ von MAVIS durchlaufen hat. $e(n)$ ist der Fehler zwischen dem adaptiven Filter und dem numerischen Modell. Alle Signale sind zum Zeitschritt n angegeben.

In diesem Verfahren wird der digitale Filter $W(z)$ angepasst, so dass das Eingangssignal $x(n)$, nachdem die Regelstrecke durchlaufen wurde, dem Signal $d(n)$ entspricht. Mit anderen Worten ausgedrückt, der digitale Filter wird MAVIS vorgeschaltet und der aktuelle Verfahrensweg nach MAVIS entspricht dem gewünschten Verfahrensweg aus dem numerischen Modell. Dazu wird der Fehler $e(n)$ mit $x'(n)$ verrechnet und in einem Optimierungsschritt werden die Filterkoeffizienten bestimmt, damit sich der Fehler immer weiter reduziert. Die Filterkoeffizienten werden dabei in einem Experiment mit eingeschalteter MAVIS bestimmt.

⁴Filtered- x Least Mean Square

⁵engl. Least Mean Squares

Für eine HILS werden zunächst die Filterkoeffizienten bestimmt. Dazu wird dieser adaptive Filter Algorithmus eingesetzt. Das Filter $W(z)$ wird MAVIS vorgeschaltet. Parallel dazu wird das numerische Modell berechnet. Als Eingangssignal $x(n)$ wird ein breitbandiges Rauschen eingesetzt. Die Bewegung von MAVIS $y'(n)$ wird nun permanent mit dem Antwortverhalten des numerischen Modells $d(n)$ verglichen. Daraus ergibt sich ein Fehler $e(z)$, aus denen das Filter $W(z)$ wiederum aktualisiert wird. Wenn die Filterkoeffizienten konvergiert sind, verhält sich MAVIS wie das numerische Modell. Diese Filterkoeffizienten können nun als Reglerparameter für MAVIS eingesetzt werden.

Das Verfahren konnte in Rahmen dieser Masterarbeit jedoch nicht erfolgreich implementiert werden. In einer theoretischen Untersuchung wurde der Algorithmus simuliert. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist, dass der adaptive Filter instabil werden kann, da durch die Rückführung des Fehlers $e(n)$ ein geschlossener Kreis vorliegt. In den Simulationen wurde ein instabiles Verhalten festgestellt und daher nicht mit MAVIS getestet.

Das Filter $W(z)$ entspricht einem FIR (Finite Impulse Response) Filter. Das bedeutet, dass Gl. (3.5) nur als Zählerpolynom vorliegt. Ein mechanisches System hingegen kann nur in einen IIR (Infinite Impulse Response) Filter überführt werden. Theoretisch klingt die Impulsantwort eines mechanischen Systems unendlich lange aus. Mit der Annahme, dass die Impulsantwort nach langer Zeit abklingt, kann das mechanische System auch mit einer endlichen Impulsantwort angenähert werden. Die Filterkoeffizienten eines FIR Filters entsprechen genau den zeitdiskreten Werten der Impulsantwort. In dieser Arbeit werden sehr kleine Zeitschrittweiten für den Regler gewählt, daher sind sehr viele Koeffizienten notwendig, um das mechanische System mit guter Genauigkeit zu approximieren. Aus diesen Überlegungen heraus wird diese Idee nicht weiter verfolgt.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass der adaptive Filter eine gebrochen rationale Polynomfunktion annähert. Der Kalman Filter optimiert ein Zustandsraummodell. Mit gleichem Aufbau könnte statt eines digitalen Filters ein zeitdiskretes Zustandsraummodell optimiert werden. In einer zukünftigen Arbeit kann die Anwendbarkeit des Kalman Filters als Regelung für die mechanische HILS untersucht werden.

3.3.3 Vorfilter

Einen anderen modellbasierten Ansatz verfolgen Carrion und Spencer [3]. Zunächst wird die Übertragungsfunktion des Aktuators als gebrochenrationale Polynomfunktion nach Gl. (3.4) identifiziert. Anschließend wird der Verfahrbefehl durch die inverse Übertragungsfunktion manipuliert, so dass das Zielsignal exakt nachgefahren wird. Die Manipulation des Verfahrbefehls kann auch als Vorfilterung betrachtet werden. Das entspricht einer Reihenschaltung des Vorfilters mit dem Versuchsstand. Um das Gesamtverhalten zu beschreiben, müssen nach Gl. (3.12) beide Übertragungsfunktion multipliziert werden. Da die eine Übertragungsfunktion die Inverse der anderen ist, ergibt das eine proportionale Verstärkung von eins. Das heißt, der Eingangswert entspricht dem Ausgangswert.

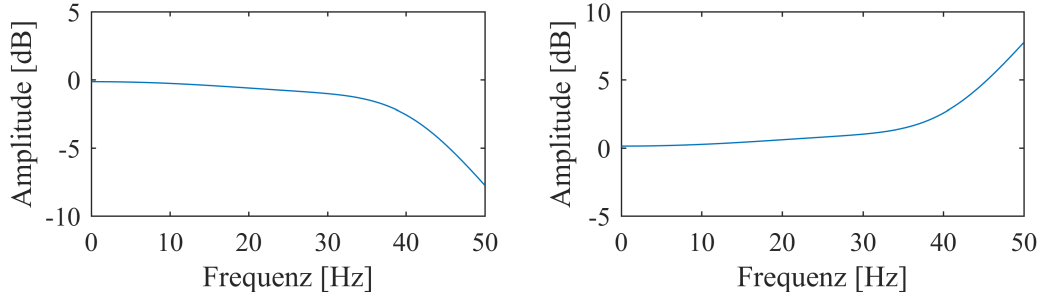


Abb. 3.6: Auf der linken Seite ist der Amplitudengang einer Übertragungsfunktion, rechts ist deren inverse dargestellt.

Abb. 3.6 zeigt links eine Übertragungsfunktion. Mit zunehmender Frequenz sinkt die Amplitude. Auf der rechten Seite ist die inverse der linken Übertragungsfunktion zu sehen. Mit zunehmender Frequenz steigt die Amplitude. Das Eingangssignal wird durch den Vorfilter also verstärkt und das System schwächt es anschließend wieder ab. Im Ergebnis soll der verfahrenre Weg exakt der Vorgabe entsprechen. Die Begrenzung liegt bei den Stellgrößen. MAVIS kann den Tisch nicht mit unendlicher Kraft bewegen. Aufgrund der Tischmasse und der limitierten Kraft in den Zustellachsen ist die Gesamtübertragungsfunktion keinem Proportionalglied.

Zuvor wurde bereits beschrieben, dass bei technisch realisierbaren Systemen der Grad des Nennerpolynoms höher ist als der Grad des Zählerpolynoms. Bei der Inversen ist das Gegenteil der Fall. Das bedeutet, dass bei unendlich großen Frequenzen die Amplitude unendlich groß verstärkt wird, wie in Abb. 3.6 rechts angedeutet wird. Das Verhalten ist daher instabil. Um dies zu umgehen, wird ein Filter verwendet, so dass die Verstärkung bei großen Amplituden begrenzt bleibt. Carrion [3] schlägt folgendes Filter vor:

$$H_f(s) = \frac{\alpha^n}{\prod_{i=1}^n (s - \alpha p_i)} \quad . \quad (3.38)$$

Das Filter hängt von den Polstellen des identifizierten Systems und dem Faktor α ab. n ist die Anzahl der Polstellen. Carrion und Spencer schlagen Werte von 10 bis 20 für α vor. Die inverse Übertragungsfunktion wird mit diesem Filter multipliziert, so dass die Anzahl der Polstellen der Anzahl der Nullstellen entspricht und die Übertragungsfunktion gegen einen endlichen Wert strebt.

Dennoch verbleibt eine große Verstärkung bei hohen Frequenzen. Durch die geringe Abtastzeit ist viel Messrauschen zu beobachten. In Abb. 3.6 ist zu sehen, dass hohe Frequenzen mehr verstärkt werden. Da das Messrauschen auch in den hohen Frequenzbereich fällt, wird dieser auch deutlich verstärkt. Durch diesen unerwünschten Nebeneffekt wird MAVIS im hohen Frequenzbereich angeregt. Um dieses Problem zu umgehen, wird ein Butterworth Tiefpassfilter eingesetzt bevor der Verfahrbefehl MAVIS zugeführt wird. Der hochfrequente Anteil wird dadurch unterdrückt. Der Tiefpassfilter führt allerdings wieder zu einer Zeitverzögerung. Diese ist jedoch geringer als die Verzögerung vor der Kompensation.

Im ersten Abschnitt wurde beschrieben, dass bei der Diskretisierung vom zeitkontinuierlichen System in ein zeitdiskretes System Frequenzen verzerrt werden. Bei der Kompensation müssen die Polstellen des zeitdiskreten Modells mit denen des zeitkontinuierlichen Modells übereinstimmen. Die zeitkontinuierlichen Systeme werden in Matlab über den `c2d`⁶ Befehl in ein zeitdiskretes System transformiert. Wenn die `matched` Option verwendet wird, tritt keine Frequenzverschiebung auf. In diesem Algorithmus werden die Polstellen des kontinuierlichen Systems bestimmt und in den zeitdiskreten Bereich transformiert. Die Polstellen sind also exakt gleich für beide Systeme. Der Frequenzbereich zwischen den Polstellen des zeitdiskreten Systems kann allerdings leicht abweichendes Verhalten vom zeitkontinuierlichen System aufweisen. Der Vorfilter hat die vielversprechendsten Ergebnisse gezeigt und wird daher verwendet, um MAVIS zu optimieren.

⁶continuous to discrete

4 Mechanische Hardware-in-the-Loop Simulation

In einer mechanischen HILS wird ein reales mechanisches Bauteil mit einem virtuellen mechanischen Bauteil gekoppelt. Dabei wird eine Schnittstelle definiert, an der das eine Bauteil mit dem anderen verbunden wird. In Abb. 4.1 ist eine schematische Darstellung einer HILS zu sehen. Mit einem Echtzeitregler werden die Deformationen einer virtuellen Struktur infolge einer externen Kraft berechnet. Diese berechneten Deformationen werden als Verfahrbefehle an einen Versuchsstand geführt, so dass dieser die Bewegung an der Schnittstelle nachfährt. Das reale Bauteil, welches auf dem Versuchsstand montiert ist, wird zu einer Bewegung angeregt, die wiederum zu einer Reaktionskraft an der Schnittstelle führt. Mit Hilfe eines FMD wird diese Reaktionskraft gemessen und wieder an den Echtzeitregler zurückgeführt, um den neuen Deformationszustand zu berechnen. Damit schließt sich der Kreis und die virtuelle und reale Struktur interagieren miteinander. Die Anregung des Systems kann auf der virtuellen Seite erfolgen, so dass an beliebiger Stelle eine Kraft oder ein Moment in die virtuelle Struktur eingeleitet werden kann. Andererseits kann auch das reale Bauteil, zum Beispiel mit einem elektrodynamischen Erreger, angeregt werden, was wiederum zu einer Reaktion an der Schnittstelle führt.

In diesem Kapitel werden die einzelnen Blöcke aus Abb. 4.1 untersucht. Der erste Abschnitt befasst sich mit der Implementierung des virtuellen Modells als Zustandsraum-

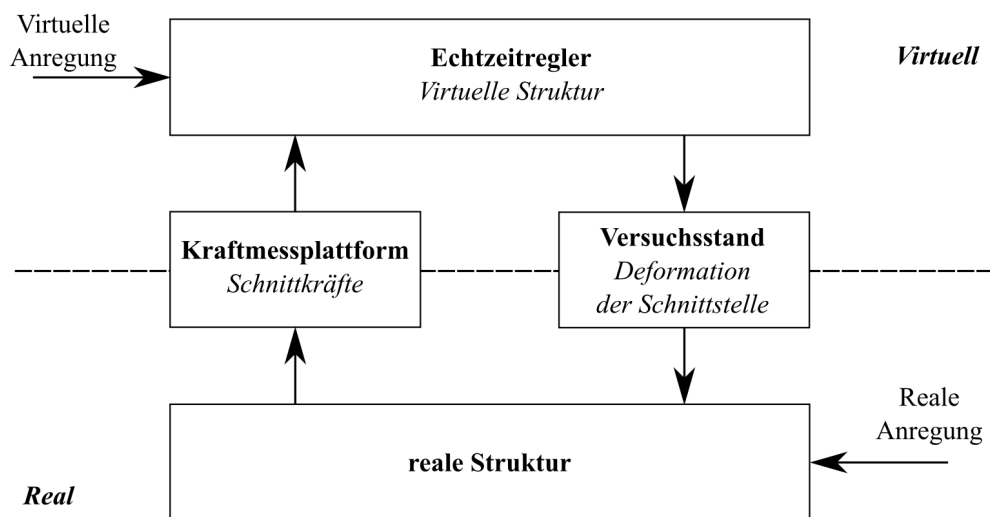


Abb. 4.1: Allgemeiner Aufbau einer Hardware in the Loop Simulation

modell. Außerdem wird gezeigt, wie sich das reale Modell als Zustandsraummodell realisieren lässt. Dabei werden die Grundlagen aus den beiden vorhergehenden Kapiteln angewendet. Danach wird der Echtzeitregler ADwin und die Programmierung des Reglers beschrieben. Die Algorithmen für den Echtzeitregler werden in Simulink implementiert. Des Weiteren wird die Auswirkung der Abtastrate des Echtzeitreglers auf die Modellgenauigkeit untersucht. Anschließend wird der Versuchsstand MAVIS beschrieben und dessen Verfahrengenauigkeit untersucht. Mit der Untersuchung des Echtzeitreglers und des Versuchsstands sind die beiden Blöcke im virtuellen Bereich aus Abb. 4.1 bekannt. Somit kann bereits ein Modell einer physikalischen Struktur emuliert werden. In einem Beispiel wird gezeigt, dass die Kombination dieser beiden Komponenten eine vorgegebene physikalische Struktur imitieren kann. Im letzten Abschnitt wird das neu entwickelte FMD vorgestellt und überprüft, ob die Reaktionskräfte damit korrekt gemessen werden.

4.1 Modellimplementierung der mechanischen Strukturen

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie eine numerische Struktur als zeitkontinuierliches Zustandsraummodell beschrieben werden kann. Dieses Modell dient als Grundlage für die Simulation der virtuellen Struktur auf dem Echtzeitregler. Weiterhin wird auf eine Implementierung der realen Struktur als Zustandsraummodell eingegangen, um das gekoppelte System vorab theoretisch simulieren zu können.

In Kapitel 2 ist ausführlich auf die Modellbildung mechanischer Strukturen eingegangen worden. In Kapitel 3 sind unterschiedliche mathematische Modelle aus der Regelungstechnik benannt worden. Fröchtenicht [6] hat diese verschiedenen Modelle auf ihre Ausführungsgeschwindigkeit und Genauigkeit untersucht. Am schnellsten und mit hoher Genauigkeit arbeiten die zeitdiskreten Zustandsraummodelle. Daher werden die mathematischen Modelle der mechanischen Strukturen aus Kapitel 2 in solche Zustandsraummodelle überführt. Für die virtuelle Struktur wird ein modales, zeitdiskretes Zustandsraummodell für eine krafterreichte mechanische Struktur gewählt. An dieser Stelle sei auf die Arbeit von Fröchtenicht [6] verwiesen, wo die einzelnen Schritte zur Überführung eines diskreten Mehr-Freiheitsgrad-Systems in ein zeitdiskretes modales Zustandsraummodell ausführlich beschrieben sind. Die reale Struktur wird nach demselben Prinzip in ein Zustandsraummodell überführt, um schnelle Simulationen zu ermöglichen.

4.1.1 Virtuelle Struktur

Wie bereits beschrieben, wirkt auf die virtuelle Struktur eine externe Kraft, aus der die Deformationen für die Verfahrbefehle ermittelt werden. Das entspricht einer Kraftanregung nach Abschnitt 2.1, in welchem auf die mathematische Modellierung eingegangen wird. Bei der Bewegungsgleichung handelt es sich jedoch um eine Differenzialgleichung zweiter Ordnung, wohingegen das Zustandsraummodell nur eine Differenzialgleichung erster Ordnung erlaubt. Diese Beschränkung wird umgangen, indem eine weitere Variable eingeführt wird, welche die Geschwindigkeiten beschreibt. Mit diesem Vorgehen

wird die Differenzialgleichung um eine Ordnung reduziert. Die Anzahl der Variablen verdoppelt sich jedoch.

In Kapitel 2 wurden die Vorzüge des modalen Modells diskutiert. Beispielsweise ist es möglich durch eine modale Reduktion die Anzahl der Variablen zu reduzieren. Nach der modalen Reduktion wird ein begrenzter ausgewählter Frequenzbereich immer noch sehr gut abgebildet. Die Ordnung der Differenzialgleichung des modalen Modells nach Gl. (2.5) wird zunächst von zwei auf eins reduziert. Die Gleichung wird somit in die Form eines zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells nach Gl. (3.6) überführt. Die Bewegungsgleichung in modalen Koordinaten sei noch einmal aufgeführt:

$$\{\ddot{q}\} + [\zeta] \{\dot{q}\} + [\Lambda] \{q\} = [m]^{-1} [\Phi]^T \{F\} \quad .$$

Die Ordnung der Differenzialgleichung wird reduziert, indem eine Hilfsvariable mit der ersten Ableitung eingeführt wird. Mit der Identität $\{\dot{q}\} = \{\dot{q}\}$ ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{\ddot{q}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & -[I] \\ [\Lambda] & [\zeta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [m]^{-1} [\Phi]^T \end{bmatrix} \{F\} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{\ddot{q}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[\Lambda] & -[\zeta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ [m]^{-1} [\Phi]^T \end{bmatrix} \{F\} \quad . \quad (4.2)$$

Die Zustände des Systems ergeben sich als modale Verschiebung und modale Geschwindigkeiten, $\{x\}^T = [\{q\}^T \{\dot{q}\}^T]$. Nach einem Koeffizientenvergleich ergibt sich für die Zustandsgleichung:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[\Lambda] & -[\zeta] \end{bmatrix} \quad , \quad (4.3)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [m]^{-1} [\Phi]^T \end{bmatrix} \quad . \quad (4.4)$$

Der Eingang $\{u\}$ des Systems ist der Kraftvektor $\{F\}$. Aus der Zustandsgleichung wird der Verschiebungs- und Geschwindigkeitsvektor in modalen Koordinaten berechnet. Über die Ausgabegleichung (3.7) kann nun die Beschleunigung, die Geschwindigkeit oder die Verschiebung berechnet werden. Über die Beziehung zwischen modalen und physikalischen Koordinaten $\{w\} = [\Phi] \{q\}$ folgt für die Verschiebung:

$$[C] = \begin{bmatrix} [\Phi] & [0] \end{bmatrix} \quad , \quad (4.5)$$

$$[D] = [0] \quad . \quad (4.6)$$

Bei Ausgabe der Beschleunigungen ändert sich die $[C]$ und $[D]$ Matrix zu

$$[C] = [\Phi] \begin{bmatrix} -[\Lambda] & -[\zeta] \end{bmatrix} \quad , \quad (4.7)$$

$$[D] = -[\Phi] [m]^{-1} [\Phi]^T \quad . \quad (4.8)$$

Dabei wird die modale Beschleunigung aus der unteren Hälfte aus Gl. (4.2) erneut

berechnet und mit der obigen Beziehung in den physikalischen Raum transformiert.

Nach Gl. (3.10) kann dieses zeitkontinuierliche Modell in ein zeitdiskretes überführt werden. Dieses wird auf dem Echtzeitregler hinterlegt. Die Modalmatrix $[\Phi]$ kann so modifiziert werden, dass nur die Deformation bzw. Beschleunigung an einem bestimmten Freiheitsgrad ausgegeben wird. Im Rahmen einer HILS wird nur die Bewegung an der Schnittstelle benötigt. Dies wird umgesetzt, indem zu einem Freiheitsgrad nur die korrespondierenden Zeilen in der Modalmatrix in der Ausgabegleichung eingesetzt werden. Wenn weitere Freiheitsgrade der virtuellen Struktur beobachtet werden sollen, dann kann die Modalmatrix in der Ausgabegleichung dementsprechend geändert werden. Ähnliches gilt für die Kraftanregung in der Zustandsgleichung. Wenn ein bestimmter Freiheitsgrad virtuell angeregt werden soll, so müssen die korrespondierenden Zeilen in der Modalmatrix in der Steuermatrix berücksichtigt werden.

4.1.2 Reale Struktur

MAVIS gibt eine Bewegung am Fußpunkt vor und die reale Struktur reagiert darauf mit einer dynamischen Antwort. Die Bewegung im Zusammenspiel mit der Massenträgheit führt zu einer Reaktionskraft am Fußpunkt. Um eine theoretische Simulation der gekoppelten Struktur zu ermöglichen, ist es also notwendig die Reaktionskraft am Fußpunkt zu berechnen, die auf eine vorgegebene Bewegung des Fußpunktes entsteht. Der Eingang beinhaltet also die Fußpunktbewegung, welche durch MAVIS vorgegeben wird. Der Ausgang enthält die Reaktionskräfte, welche aus der Fußpunktbewegung resultieren. Die mathematische Modellierung ist in Abschnitt 2.2 dargelegt. Nun soll das mathematische Modell in ein Zustandsraummodell überführt werden. Aus Gl. (2.28) wird das Zustandsraummodell erstellt und sei noch einmal aufgeführt:

$$[M]_{aa}\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}} + [C]_{aa}\{\dot{w}\}_a^{\text{dyn}} + [K]_{aa}\{w\}_a^{\text{dyn}} = -[M]_{aa}[T_a]\{\ddot{w}\}_b$$

Wieder wird die Differenzialgleichung um eine Ordnung reduziert. Dazu wird dieselbe Vorgehensweise wie bei der Kraftanregung angewandt. Zunächst wird eine Hilfsvariable mit der Ableitung eingeführt und mit der zusätzlichen Bedingung, dass die Variable sich selbst entspricht, folgt:

$$\begin{bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{\ddot{q}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[\Lambda] & -[\zeta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ -[m]^{-1}[\Phi]^T[M]_{aa}[T_a] \end{bmatrix} \{\ddot{w}\}_b \quad . \quad (4.9)$$

Die Zustände sind die Relativverschiebungen und -geschwindigkeiten des freien Systems in modalen Koordinaten. Nach einem Koeffizientenvergleich mit dem zeitkontinuierlichen Zustandsraummodell nach Gl. (3.6) ergibt sich für die Systemmatrix und Steuermatrix:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[\Lambda] & -[\zeta] \end{bmatrix} \quad , \quad (4.10)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] \\ -[m]_{aa}^{-1}[\Phi]^T[M]_{aa}[T_a] \end{bmatrix} \quad , \quad (4.11)$$

Hierin ist $[m]_{aa}$ die modale Massenmatrix des Systems, welches an den Fußpunktfreiheitsgraden fest eingespannt ist. $[M]_{aa}$ ist die Partition der Massenmatrix des Systems, die zu den freien Freiheitsgraden $\{w\}_a$ gehört. Der Eingang in das System sind die Fußpunktbeschleunigungen $\{\ddot{w}\}_b$. Aus den Zuständen und den vorgegebenen Beschleunigungen wird die Reaktionskraft an der Schnittstelle ausgegeben. Diese Beziehung ist in Gl. (2.29) beschrieben und sei noch einmal gezeigt:

$$[T_a]^T [M]_{aa} \{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}} + ([T_a]^T [M]_{aa} [T_a] + [M]_{bb}) \{\ddot{w}\}_b = \{R\} \quad .$$

Im vorherigen Teil wurde bereits beschrieben, wie die Beschleunigung aus den Zuständen berechnet wird. Damit ist $\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}}$ bekannt und mit der obigen Gleichung wird dann die Reaktionskraft $\{R\}$ bestimmt. Die Berechnung von $\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}}$ erfolgt aus Gl. (4.9) und der Beziehung zwischen den modalen und den physikalischen Koordinaten:

$$\{\ddot{q}\} = -[\Lambda] \{q\} - [\zeta] \{\dot{q}\} - [m]^{-1} [\Phi]^T [M]_{aa} [T_a] \{\ddot{w}_b\} \quad , \quad (4.12)$$

$$\{\ddot{w}\}_a^{\text{dyn}} = [\Phi] \{\ddot{q}\} \quad . \quad (4.13)$$

Aus der oben wiederholten Gl. (2.29) folgt durch die Rücktransformation in physikalische Koordinaten für die Reaktionskraft

$$\begin{aligned} \{R\} &= [T_a]^T [M]_{aa} [\Phi] \left(-[\Lambda] \{q\} - [\zeta] \{\dot{q}\} - [m]^{-1} [\Phi]^T [M]_{aa} [T_a] \{\ddot{w}_b\} \right) + \\ &\quad + ([T_a]^T [M]_{aa} [T_a] + [M]_{bb}) \{\ddot{w}\}_b \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} &= [T_a]^T [M]_{aa} [\Phi] (-[\Lambda] \{q\} - [\zeta] \{\dot{q}\}) - \\ &\quad - \left([T_a]^T [M]_{aa} [\Phi] [m]^{-1} [\Phi]^T [M]_{aa} [T_a] + [T_a]^T [M]_{aa} [T_a] + [M]_{bb} \right) \{\ddot{w}\}_b . \end{aligned} \quad (4.15)$$

Die Ausgabegleichung ergibt sich damit zu

$$[C] = [T_a]^T [M]_{aa} [\Phi] \begin{bmatrix} -[\Lambda] & -[\zeta] \end{bmatrix} \quad , \quad (4.16)$$

$$[D] = [T_a]^T [M]_{aa} [\Phi] [m]^{-1} [\Phi]^T [M]_{aa} [T_a] + [T_a]^T [M]_{aa} [T_a] + [M]_{bb} \quad . \quad (4.17)$$

Mit diesen beiden Zustandsraummodellen ist es möglich, die Interaktion zweier Strukturen durch Reaktionskräfte und Verschiebungen an deren Schnittstelle zu simulieren. Es wird eine Kraft in die virtuelle Struktur eingeleitet, die zu einer Deformation bzw. Beschleunigung führt. Durch die Ausgabematrix wird nur die Beschleunigung an der Schnittstelle ausgegeben. Diese Beschleunigung wird dann in das Zustandsraummodell der realen Struktur geführt, das über diese Basisanregung und der damit verbunden dynamischen Antwort wiederum die Reaktionskraft berechnet. Mit dieser Reaktionskraft wird nun im nächsten Zeitschritt die Beschleunigungsantwort der virtuellen Struktur berechnet. Damit ist der Kreis geschlossen und das gekoppelte System vollständig beschrieben



Abb. 4.2: Das Echtzeitregelsystem Adwin Pro II

4.2 Echtzeitregler

Als Echtzeitregler wird das ADwin Pro 2 System der Fa. *Jäger Computergesteuerte Messtechnik* eingesetzt. In Abb. 4.2 ist das System gezeigt. In der Mitte ist die Prozessoreinheit mit einem Ethernet Anschluss. Weitere sechs Karten mit jeweils acht BNC Anschlüssen sind zu sehen. Über die Ethernet Schnittstelle wird eine Verbindung mit einem Computer hergestellt, über die der Echtzeitregler gesteuert wird. Die Echtzeitregelung wird über die analogen Ein- und Ausgänge des Reglers realisiert. Über die BNC Anschlüsse erfolgt die analoge Signaleingabe und -ausgabe. Der Spannungsbereich für die Ein- und Ausgänge liegt bei -10 V bis 10 V . Über die Eingangsspannung werden Signale gemessen, die beispielsweise Informationen über die Schnittkräfte enthalten. Die ersten beiden Karten werden für Eingangssignale genutzt, es stehen also 16 Eingangskanäle zur Verfügung. In einem internen Programm auf dem Echtzeitregler wird diese Information verarbeitet und über die Ausgänge wird das Ergebnis als elektrisches Signal ausgegeben. Dieses Signal beinhaltet beispielsweise Information über die Deformation der virtuellen Struktur, die dem Versuchsstand zugeführt wird. Abweichend vom Bild stehen 40 Kanäle für die Signalausgabe zur Verfügung, da der Regler nach der Fotoaufnahme aufgerüstet wurde. Das analoge Signal kann mit einer maximalen Abtastfrequenz von 50 kHz verarbeitet werden. Der Prozessor hat eine Taktrate von 300 MHz .

Moderne piezoelektrische Sensoren verfügen über integrierte Ladungsverstärker, die eine Stromversorgung benötigen. Typischerweise wird ein Konstantstrom und das Messsignal in einem gemeinsamen Kabel übermittelt. Dieses Prinzip wird auch IEPE¹ genannt. Die Karten vom ADwin System können diese Sensoren nicht versorgen, daher sind zusätzliche IEPE-Messverstärker notwendig. Zudem ist zu berücksichtigen, dass keine analogen Filter in den Eingängen des ADwin Pro integriert sind. Nach dem Shannon Theorem werden die Frequenzen oberhalb der halben Abtastfrequenz in eine niedrigere Frequenz gespiegelt. Aufgrund der sehr hohen Abtastrate des Reglers wird dieser Umstand vernachlässigt.

¹Integrated Electronics Piezo-Electric

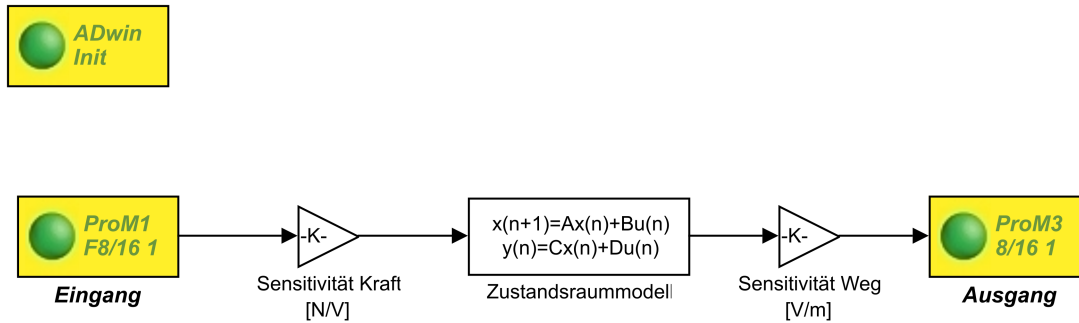


Abb. 4.3: Beispiel Simulink Programm für das ADwin System

Die Programmierung des Echtzeitreglers erfolgt in Simulink. Dort werden die Programme als Blockschaltbild implementiert und anschließend durch den Simulink Coder in C-Code übersetzt. Dieser C-Code wird im Programm ADsimDesk kompiliert und über die Ethernet Verbindung auf den Echtzeitregler überspielt. In Simulink werden von Fa. Jäger spezielle Blöcke bereitgestellt, die eine Programmierung des Systems ermöglichen. In Abb. 4.3 ist beispielhaft ein Simulink Modell für das ADwin System zu sehen. Mit dem **ADwin Init** Block wird das System initialisiert. Der Block **ProM1 F8/16 1** gibt das analoge Eingangssignal in Volt zurück. Die 1 steht für den ersten Eingang und M1 für die erste Karte. Das Spannungssignal ist proportional zu einer physikalischen Größe, zum Beispiel einer Kraft. Der Kehrwert dieses Faktors wird auch als Sensitivität bezeichnet und rechnet das elektrische Signal in eine physikalische Größe um. Das geschieht durch den Block **Sensitivität Kraft**. Diese Größe wird nun dem Block **Zustandsraummodell** als Eingang u zugeführt. Dieser Block repräsentiert ein zeitdiskretes Zustandsraummodell. Das Zustandsraummodell kann beispielsweise ein mechanisches System sein, welches im vorhergehenden Abschnitt behandelt wurde. Der Ausgang y wäre also beispielsweise eine Verschiebung. Die Verschiebung wird über die Sensitivität in Block **Sensitivität Weg** in eine elektrische Spannung umgerechnet. Dieses Signal wird wiederum über den Block **ProM3 8/16 1** ausgegeben. Die Namenskonvention entspricht dem des Eingangs. In diesem Fall ist es also der erste Ausgang der dritten Karte.

Das Übersetzen des Simulink Programms in C-Code kann auch von der Matlab Konsole aus mit dem Befehl `rtwbuild` durchgeführt werden. Die Control System Toolbox für Matlab hat sich als sehr hilfreich erwiesen. In Simulink wird durch die Toolbox der Block **LTI System** bereitgestellt, der die verschiedenen Modelle für Regelstrecken aus Abschnitt 3.1 verarbeiten kann. In Matlab wird mit dem Befehl `tf`² ein Modell durch die Koeffizienten eines Nenner- und Zählerpolynoms erstellt. Der Befehl `ss`³ erstellt ein Zustandsraummodell und benötigt vier Matrizen als Übergabeparameter. Durch den Befehl `tf2ss` wird die gebrochen rationale Übertragungsfunktion in ein Zustandsraummodell umgerechnet. Mit `c2d`⁴ wird ein kontinuierliches Modell in ein zeitdiskretes überführt. In dieser Arbeit erweisen sich die zeitdiskreten Zustandsraummodelle als sehr

²Transfer Function³State Space⁴continuous to discrete

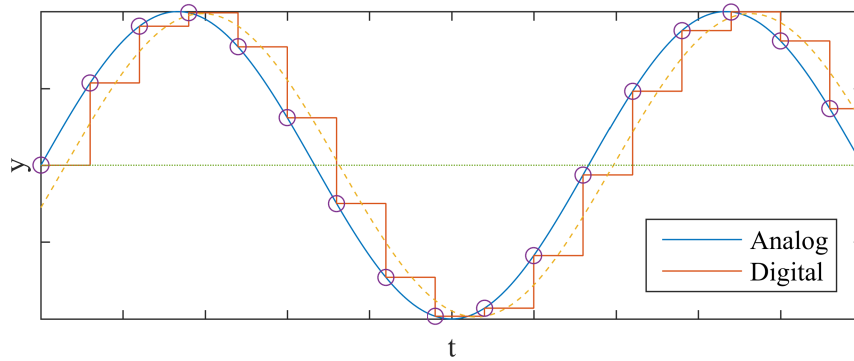


Abb. 4.4: Digitalisierung eines analogen Signals durch ein Halteglied [14]

robust. Es wird daher empfohlen auf dem Regler zeitdiskrete Zustandsraummodelle zu verwenden. Liegt ein Modell in einer anderen Form vor, sollte es zuvor in ein zeitdiskretes Zustandsraummodell konvertiert werden, bevor es auf das ADwin System überspielt wird.

Wie zuvor beschrieben, wird die virtuelle Struktur als zeitdiskretes Zustandsraummodell implementiert und auf dem Echtzeitregler hinterlegt. Neben der schnellen Ausführungs- geschwindigkeit haben sich diese Modelle auch als sehr robust erwiesen. Im Folgenden wird gezeigt, welchen Einfluss die Abtast- rate auf die Modellgenauigkeit hat. Zur Erinnerung sei an dieser Stelle erneut die Zustandsgleichung des zeitdiskreten Systems gezeigt:

$$x_{i+1} = Ax_i + Bu_i \quad .$$

Wie zu sehen ist, wirkt sich der Eingang u_i zum aktuellen Zeitschritt t_i erst auf den Zustand des nächsten Zeitschritts t_{i+1} aus. Dies kann ebenfalls als ein Halteglied interpretiert werden. Das Halteglied nimmt ein Signal zum Zeitschritt t_i auf und hält diesen konstant bis zum nächsten Zeitschritt t_{i+1} . In Abb. 4.4 ist zu sehen, wie ein kontinuierliches Signal durch ein Halteglied verarbeitet wird.

4.2.1 Halteglied und Totzeitglied

Auf dem ADwin Pro System befindet sich ein Prozessor, der Datenströme digital verarbeitet. Die analogen Eingangssignale werden daher digitalisiert. Dazu werden zu diskreten Zeitpunkten das Signal aus dem Eingang aufgenommen und dem Prozessor zugeführt. Das entspricht ebenso einem Halteglied. Aus dem kontinuierlichen analogen Signal entsteht also eine Treppenfunktion, wie es in Abb. 4.4 zu sehen ist. Das analoge Signal entspricht einer Sinusfunktion. Die Treppenfunktion kann nun wiederum durch eine Sinusfunktion angenähert werden, wie durch die gestrichelte Kurve angedeutet. Es ist deutlich zu sehen, dass es zu einer Zeitverzögerung kommt. Neben einer Zeitverzögerung ist auch eine Amplitudenminderung vorhanden. Nach Oppenheim und Schäfer ist die Übertragungsfunktion eines Haltegliedes [15]:

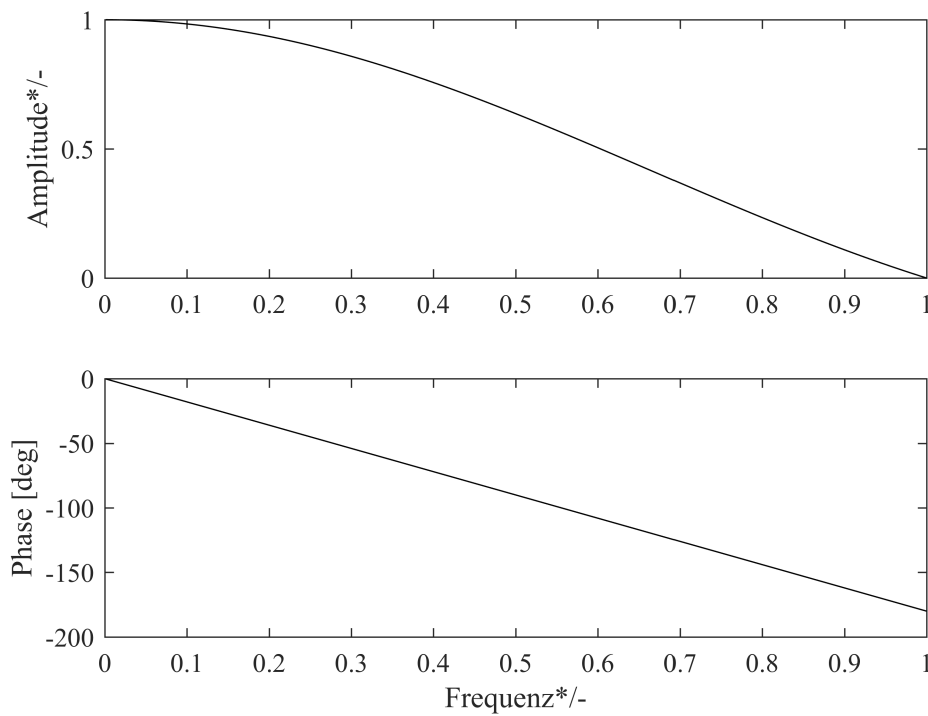


Abb. 4.5: Übertragungsfunktion eines Haltegliedes

$$H_T(j\Omega) = \frac{2 \sin(\Omega T_s/2)}{\Omega} e^{j\Omega T_s/2} \quad , \quad (4.18)$$

mit der Abtastzeit T_s .

Abb. 4.5 zeigt den Phasen- und Frequenzgang für ein Halteglied. Dabei ist die Frequenz auf die Abtastrate normiert. Eins bedeutet, dass die Frequenz der Abtastfrequenz entspricht. Die Amplitude ist bezogen auf die Amplitude des Eingangssignals. Eins bedeutet, dass die Amplitude des Ausgangssignals dem des Eingangssignals entspricht. Es ist zu sehen, dass die Phase mit zunehmender Frequenz immer weiter nacheilt. Die Beziehung zwischen der Frequenz und dem Phasenverzug ist linear. Zudem nimmt die Amplitude mit zunehmender Frequenz ab. Wird eine Schwingung nur noch mit einem Wert pro Schwingungsperiode abgetastet, entspricht die Amplitude null. Bei einer bezogenen Frequenz von 0,5 ist das Shannon Theorem gerade noch erfüllt, das heißt eine Schwingungsperiode wird mit zwei Werten abgetastet. Die Amplitudenminderung beträgt dann etwa 40 %. Bei 0,25, also wenn eine Schwingung mit 4 Punkten pro Periode abgetastet wird, wird die Amplitude um 10 % abgemindert. Damit die Amplitude gut abgebildet wird, muss die Abtastung des analogen Signals deutlich größer sein, als vom Shannon Theorem vorgegeben.

Wenn die Abtastzeit sehr klein ist, dann ist die Abminderung der Amplitude vernachlässigbar. Die Übertragungsfunktion eines Haltegliedes wird mit der Übertragungsfunktion eines Totzeitgliedes vereinfacht:

$$H_t(j\Omega) = e^{-j\Omega\tau} \quad , \quad (4.19)$$

$$\tau = \frac{T_s}{2} \quad . \quad (4.20)$$

Die halbe Zeitschrittweite entspricht der Totzeit τ . Der Unterschied zwischen den beiden Übertragungsfunktionen ist, dass die Totzeit keine Amplitudenminderung verursacht. Das Signal wird lediglich mit der Verzögerung der Totzeit wieder ausgegeben. Die Beziehung zwischen der Phase und der Frequenz ist linear und wird angegeben über

$$\varphi = -\tau\Omega \quad . \quad (4.21)$$

4.2.2 Modellgenauigkeit

Unter Verwendung eines Einmassenschwingers wird der Einfluss des Haltegliedes auf die Modellgenauigkeit untersucht. Dafür wird ein modales Modell des Einmassenschwingers erzeugt und in ein zeitdiskretes Zustandsraummodell transformiert. Anschließend wird das Modell in Simulink erstellt und auf den Echtzeitregler übertragen. Über einen Signalgenerator wird ein Rauschsignal von im Frequenzbereich 2 Hz bis 40 Hz auf das numerische Modell eingebracht. Der Echtzeitregler berechnet die Bewegung des Einmassenschwingers und gibt diese wieder aus. Eine Datenerfassung nimmt die berechnete Verschiebung und das Erregersignal auf. Als Signalgenerator und Datenerfassung wird ein SCADAS III Mainframe der Fa. *LMS* verwendet. Aus den gemessenen Ein- und Ausgangssignalen wird eine nichtparametrische Identifikation durchgeführt, das heißt, die Frequenzgänge werden berechnet. Der Echtzeitregler simuliert das Modell mit unterschiedlichen Abtastraten, um den Einfluss zu untersuchen. Die Programmierung entspricht dem Blockschaltbild aus Abb. 4.3. Die gewählten Parameter für das Modell sind eine Masse von $m = 500$ kg, eine Eigenfrequenz von $f_0 = 20$ Hz und eine Dämpfung von $D = 2$ %.

In Abb. 4.6 ist der berechnete Frequenzgang für die niedrigste Abtastzeit von 0,02 ms und eine höhere Abtastzeit von 12,5 ms dargestellt. Über die Beziehung (4.20) ergibt sich eine Totzeit von $\tau = 0,01$ ms und $\tau = 6,25$ ms. Die Amplitudenminderung ist in diesem Beispiel gut zu sehen. Der Frequenzgang, der bei einer hohen Abtastzeit aufgenommen wurde, hat eine niedrigere Amplitude. Zudem ist deutlich zu sehen, wie die Phase aufgrund der Zeitverzögerung linear in Abhängigkeit der Frequenz abgesenkt wird.

Die beschriebenen Messungen werden mit verschiedenen Abtastraten wiederholt. Aus den gemessenen Übertragungsfunktionen des numerischen Modells wird eine parametrische Systemidentifikation angewendet, um die Genauigkeit der Systemparameter zu prüfen. Die modale Identifikation wird mit der Peak Fit Methode durchgeführt. In dieser Methode wird eine gebrochen rationale Polynomfunktion im zeitkontinuierlichen Bereich angepasst, die aus einer vereinfachten Darstellung der Übertragungsfunktion

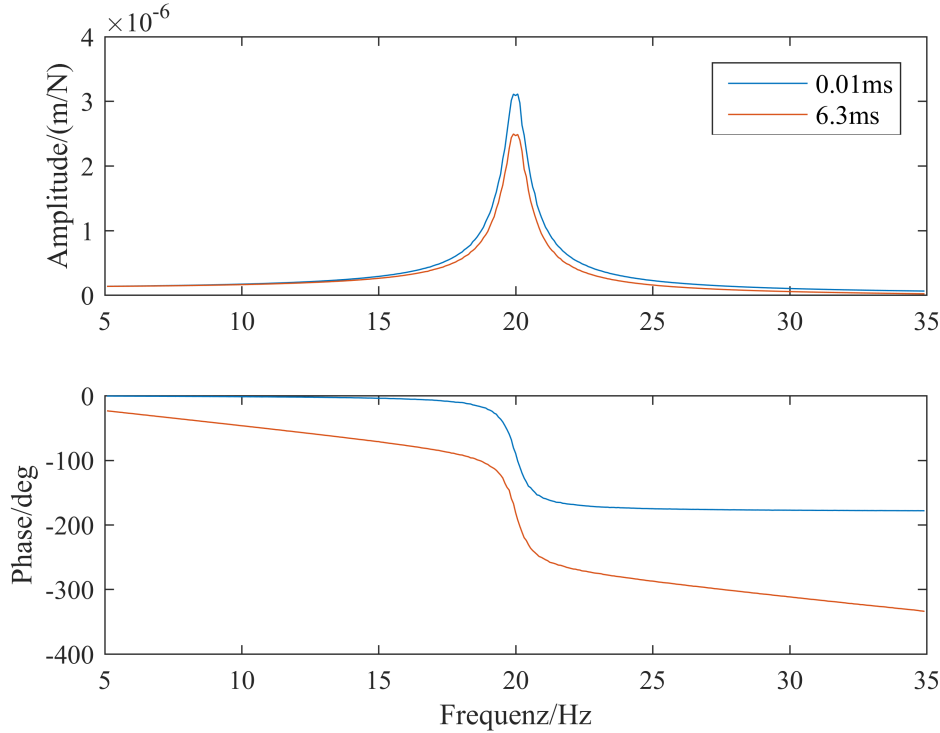


Abb. 4.6: Gemessene Frequenzgänge eines numerischen Einmassenschwingers bei unterschiedlicher Totzeit. Blaue Kurve mit einer bezogenen Frequenz von $4 \cdot 10^{-4}$, rote Kurve mit einer bezogenen Frequenz von 0,25 aufgenommen.

eines Einmassenschwingers hergeleitet wird. Böswald [2] beschreibt die Herleitung dieses Verfahrens. Gute Ergebnisse werden erzielt, wenn etwa zehn Datenpunkte um den Peak im Frequenzgang gemessen sind, die noch etwa bei 70 % der maximalen Amplitude liegen. Dieser Bereich wird auch Halbwertsbreite genannt. Aus der Peak Fit Methode wird die Eigenfrequenz, die Dämpfung und die Masse eines Einmassenschwingers bestimmt.

Die identifizierten modalen Parameter sind in in Abb. 4.7 dargestellt. Die Änderungen der Eigenfrequenz, Dämpfung und Masse mit der Abtastrate sind zu sehen. Die Parameter werden über eine bezogene Totzeit aufgetragen. Aus der Abtastzeit ergibt sich über Gl. (4.20) die Totzeit. In der Abbildung ist auf der x -Achse die Totzeit auf die Periodendauer normiert. Bei einer 20 Hz Schwingung beträgt die Periodendauer 50 ms. Die Parameter selbst sind auf den Wert der niedrigsten Totzeit normiert. Das heißt die Parameter, die bei der niedrigsten Totzeit identifiziert sind, entsprechen dem Wert eins. Die identifizierte Masse nimmt mit der Abtastrate zu. Bei einer bezogenen Totzeit von 0,12 liegt die Identifikation bereits 15 % oberhalb des analytischen Wertes. Die Masse ist umgekehrt proportional zur Amplitude. Eine abnehmende Amplitude bei gleicher Erregerkraft lässt sich durch eine Zunahme der Masse erklären. Die Dämpfung nimmt schwach ab und die Eigenfrequenz ändert sich mit der Totzeit nicht. Aus der bezogenen Totzeit ergibt sich folgende Beziehung für die Abtastfrequenz:

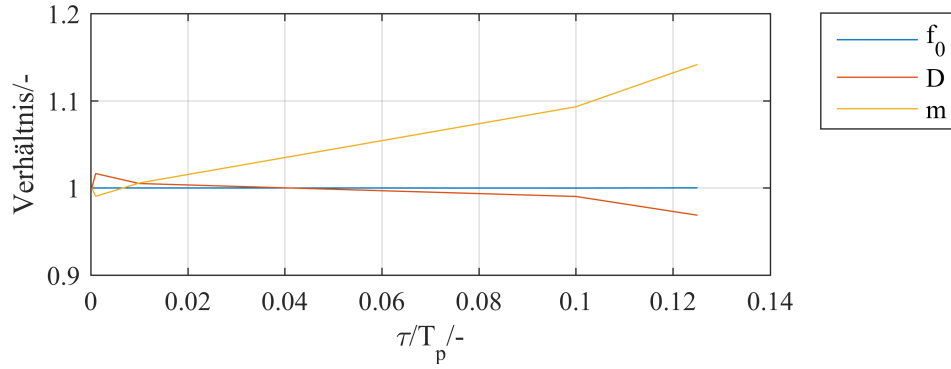


Abb. 4.7: Änderung der bezogenen Eigenfrequenz, Dämpfung und Masse mit der Abtastrate

$$\frac{\tau}{T_p} = \frac{T_s}{2T_p} = \frac{f_0}{2f_s} = \gamma \quad (4.22)$$

$$\Rightarrow f_s = \frac{f_0}{2\gamma} \quad (4.23)$$

Mit den theoretischen Überlegungen aus Kapitel 3 kann gezeigt werden, dass die Totzeit im offenen Kreis keinen Einfluss auf die Polstellen, also Dämpfung und Eigenfrequenz, hat. Der Versuchsaufbau kann als eine Reihenschaltung eines Halteglieds und der numerischen Struktur betrachtet werden. Das Gesamtsystem kann nach Gl. (3.12) als Multiplikation der Übertragungsfunktionen berechnet werden. Das Halteglied führt zu keiner Änderung der Polstellen. Das Nennerpolynom hingegen wird verändert, wodurch auch eine Änderung der identifizierten Masse eintritt. Diese Beobachtung wird in dem Versuch bestätigt. Dass sich die Eigenfrequenz und Dämpfung aus der Polstelle ergeben, kann aus der Übertragungsfunktion nach Gl. (2.6) entnommen werden. Die Eigenfrequenzen und Dämpfung finden sich im Nenner wieder.

Wenn ein für die Identifikation der Masse ein maximaler zulässiger relativer Fehler vorgegeben wird, kann daraus eine minimale Abtastzeit abgeleitet werden. Es wird nun ein maximaler Fehler von 5 % zugelassen. Nach Abb. 4.7 wird dieser Fehler bei einer bezogenen Totzeit von $\gamma = 0,05$ erreicht, also eine Totzeit von 5 % der Periodendauer. Bei einer höheren bezogenen Totzeit wird der relative Fehler größer. Aus Gl. (4.23) ergibt sich daraus eine Abtastfrequenz, die zehnfach über der Eigenfrequenz liegt. Bei der Abtastfrequenz nach dem Shannon Theorem beträgt die relative Totzeit $\gamma = 0,25$. Der Fehler bei der identifizierten modalen Masse wird also deutlich größer als die erwähnten 5 %.

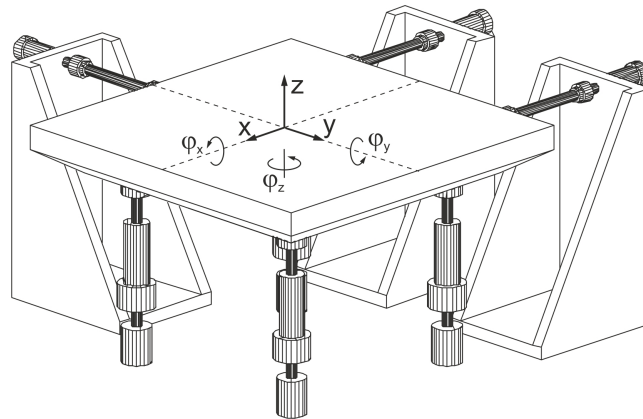


Abb. 4.8: Skizze von MAVIS mit den sechs Freiheitsgraden [7]

4.3 Versuchsstand MAVIS

Mit MAVIS können mechanische Strukturen einer vorgegebenen und geregelten Fußpunktanregung ausgesetzt werden. Dazu wird die Struktur auf den Tisch montiert und MAVIS verfährt in den gewünschten Achsen. Damit wird etwa die Belastung eines Satelliten simuliert, die er an Bord einer Trägerrakete innerhalb der verschiedenen Phasen des Raketenflugs erfährt. In dieser Arbeit dient MAVIS als Aktuator, um die Bewegungen an der Schnittstelle zwischen dem numerischen und den physikalischen System zu emulieren. Dieser Versuchsstand ist im DLR Institut für Aeroelastik seit vielen Jahren verfügbar und wurde bisher für die dynamische Qualifikation von Bauteilen verwendet. Die Eignung von MAVIS im Sinne von HILS wird erstmalig in dieser Arbeit untersucht.

Der hydraulische Versuchsstand MAVIS ermöglicht eine Bewegung in bis zu sechs Freiheitsgraden gleichzeitig. Drei translatorische und drei rotatorische Bewegungen der starren Tischplatte bezogen auf ein Koordinatensystem in der Tischmitte können vorgegeben werden. Eine Prinzipskizze ist in Abb. 4.8 dargestellt. Der Versuchsstand besteht aus einer Tischplatte, die über sieben hydraulische Zylinder bewegt werden kann. Vier Zylinder wirken in z -Richtung vertikal entgegen der Schwerkraft, zwei in x -Richtung und einer in y -Richtung. Die Zylinder sind über Kugelgelenke mit dem Tisch und den Widerlagern verbunden, so dass eine freie Bewegung möglich ist. Die Hydraulikzylinder werden über zwei Pumpen versorgt, wobei die Förderleistung von nur einer Pumpe für die meisten Anwendungen ausreichend ist. Der Hub in allen Zylindern ist auf ± 50 mm beschränkt. Damit ergibt sich auch für die translatorische Bewegung ein maximaler Weg von ± 50 mm. Ein Winkel stellt sich ein, wenn die Zylinder sich gegensätzlich bewegen. Über den Abstand der Zylinder ergibt sich ein maximaler Winkel von etwa $\pm 5^\circ$. Der maximale Volumenstrom der Pumpen schränkt die Geschwindigkeit des Tisches ein. In den technischen Daten wird eine maximale Geschwindigkeit von $0,5$ m/s und eine maximale Winkelgeschwindigkeit von $50^\circ/\text{s}$ angegeben. Die Pumpen ermöglichen einen maximalen Druck von 300 bar und damit ist auch die maximale Kraft in den Achsrichtungen bestimmt. Die Masse des Tisches und die maximal erzeugbare Kraft der Zylinder

schränken die maximale Beschleunigung des Tisches ein. Bei leerem Tisch sind maximal 80 m/s^2 Beschleunigung und $6500^\circ/\text{s}^2$ Winkelbeschleunigung je Achse möglich. Die maximale Beschleunigung reduziert sich mit zunehmender Nutzmasse. Der Frequenzbereich des Versuchsstands liegt bei 0 Hz bis 100 Hz und ist im Wesentlichen durch die Servoventile begrenzt. Diese technischen Daten sind in Tab. 4.1 zusammengefasst.

In Abb. 4.9 sind die maximal verfahrbaren Amplituden des Weges und des Winkels über die Frequenz aufgetragen. Für eine übersichtlichere Darstellung sind nur Frequenzen bis 40 Hz gezeigt. Zu Beginn ist die Kurve eine Konstante. Diese Beschränkung kommt aus dem maximalen Fahrweg. Im weiteren Verlauf bis etwa 8 Hz wird die maximale Amplitude durch die maximale Geschwindigkeit, also durch den Volumenstrom des Öls in die Zylinder begrenzt. Bei den höheren Frequenzen wird die Amplitude durch die maximale Beschleunigung, also durch die maximale Zylinderkraft begrenzt. Das Schaubild entstammt einer theoretischen Betrachtung. In Realität sind Nichtlinearitäten vorhanden, so dass durch Höherharmonische eine größere Beschleunigungsamplitude bereits bei niedrigeren Frequenzen auftritt. Die tatsächlichen maximal fahrbaren Amplituden liegen daher unterhalb der dargestellten.

Damit MAVIS das numerische System emulieren kann, muss der Versuchsstand in der Lage sein, vorgegebene Fahrwege präzise abzubilden. Daher wird zunächst untersucht, wie gut MAVIS vorgegebene Signale nachfahren kann. Zu diesem Zweck werden die Reglerparameter optimiert. Eine weitere Verbesserung des Verhaltens wird erzielt, indem modellbasierte Strategien eingesetzt werden. Dafür wird der Vorfilter aus Abschnitt 3.3.3 verwendet. Das erfordert eine Identifikation des Übertragungsverhaltens von MAVIS. Nachdem das Verhalten durch die Einstellung der Reglerparameter optimiert wurden, wird eine Emulation eines einfachen physikalischen Modells durchgeführt. Dazu ist eine Verbindung von MAVIS mit dem Echtzeitregler notwendig.

4.3.1 Externe Sollwertvorgabe

Die Fahrbewegungen werden über die Software TestControl der Fa. *Inova*, dem Hersteller des Regelsystems für MAVIS, vorgegeben. Verschiedene Testsignale können als Fußpunktanregung eingesetzt werden. Es gibt auch die Möglichkeit elektrische Signale über BNC Anschlüsse dem Schaltschrank zuzuführen, die als Fahrbefehle interpretiert werden. Dafür wird in TestControl eine Sensitivität eingestellt, die das Verhältnis

Tab. 4.1: Technische Daten des Versuchsstands MAVIS, Beschleunigung je nach Nutzlast

Aufspannfläche	1,5 m × 1,5 m	
Tischmasse	500 kg	
max. Nutzlast	3000 kg	
max. Weg	±50 mm	±5°
max. Geschwindigkeit	±0,5 m/s ²	±50 °/s
max. Beschleunigung	±(25 m/s ² bis 80 m/s ²)	±(3100 °/s ² bis 6500 °/s ²)
Frequenzbereich	0 Hz bis 100 Hz	

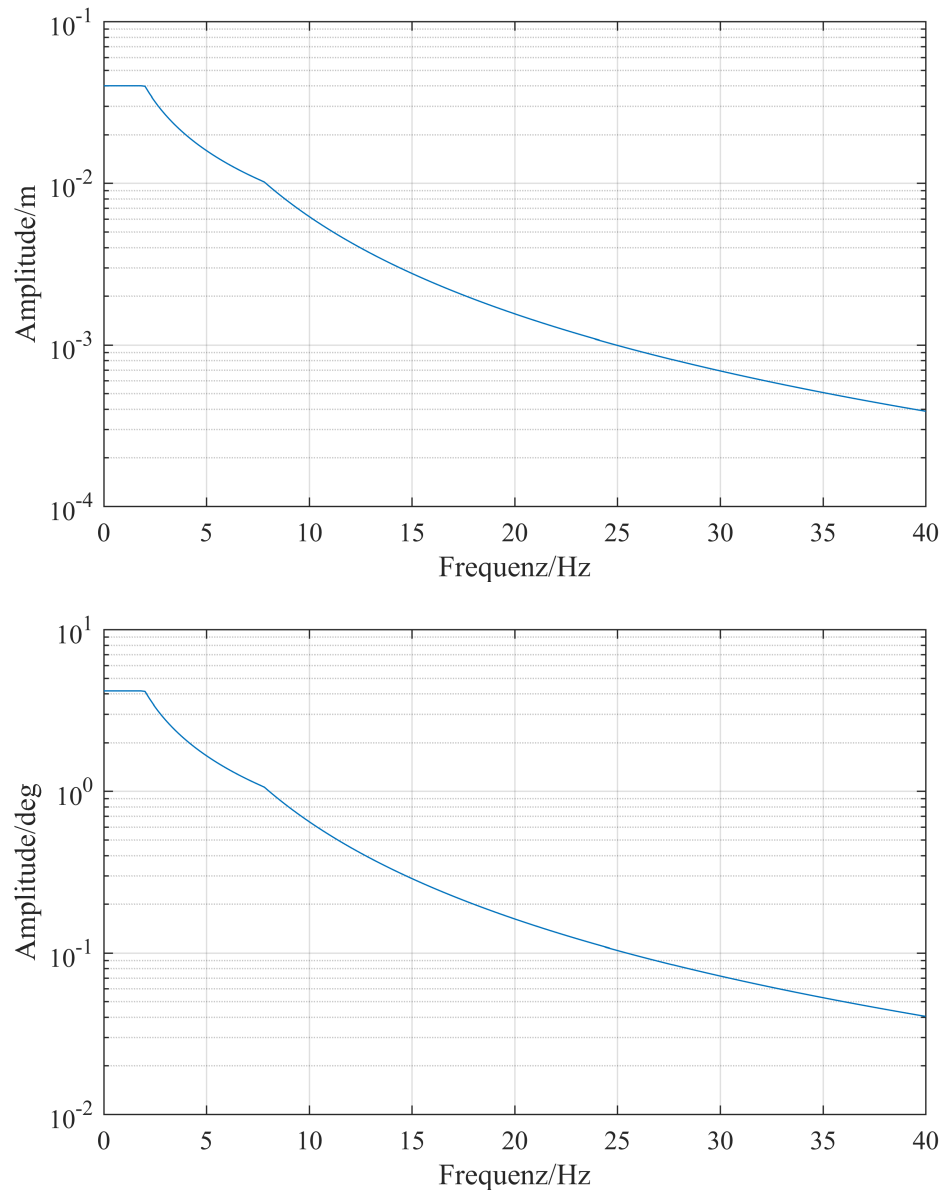


Abb. 4.9: Maximaler Verfahrensweg und Winkel von Mavis über die Frequenz aufgetragen. Knicke treten beim Übergang von Weg- in Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungsbegrenzung auf.

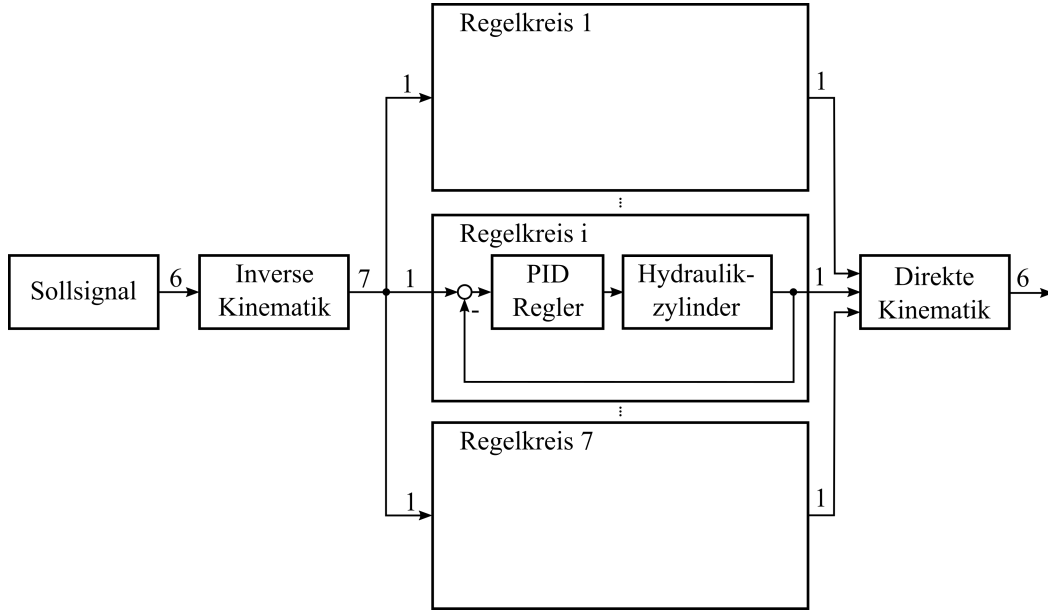


Abb. 4.10: Schematische Darstellung der internen Regelung von MAVIS, nach [18]

zwischen der aktuellen elektrischen Spannung und dem Verfahrweg darstellt. Der Signalbereich ist von -10 V bis 10 V und die Verfahrweg der einzelnen Achsen liegt bei -50 mm bis 50 mm . Daher wird eine Sensitivität von $0,2\text{ V/mm}$ gewählt. Die eingestellten Parameter sind in Tab. 4.2 zu finden. Aus dem externen elektrischen Signal wird ein Verfahrbefehl berechnet, der über einen internen PID Regler nachgefahren wird. Die Sollwertvorgabe entspricht der Rotation und Translation der Tischmitte und besteht somit aus sechs Signalen. Über einen linearisierten geometrischen Zusammenhang zwischen den Achspositionen und den Zylinderpositionen werden Sollsignale für die einzelnen Zylinder berechnet. Die Position der einzelnen Zylinder wird wiederum gemessen und über die inverse geometrische Beziehung in eine Position der Tischmitte transformiert. Die Regelung der Zylinder erfolgt über einen PID Regler und die Regelung der Position des Tisches erfolgt über einen vorgesetzten PI Regler. Standardmäßig wird der PI Regler der Achsen ausgestellt und die Sollwertvorgabe wird über die Kinematik in Zylinderpositionsvorgaben umgerechnet und an die PID Regler der einzelnen Zylinder weitergereicht. Die Reglerstruktur ist in Abb. 4.10 zu sehen. Sechs Sollpositionen werden über die inverse Kinematik in sieben Zylinderpositionen umgerechnet. In sieben Regelkreisen werden die sieben Hydraulikzylinder positioniert. Aus diesen sieben Zylinderpositionen kann mit der direkten Kinematik die Achspositionen berechnet werden. Beispielsweise wird bei einer reinen Rotation um die z -Achse den x -Zylindern gegenläufige Verfahrwege vorgegeben.

Zunächst wird der PID Regler für die einzelnen Hydraulikzylinder eingestellt. Dazu werden die Achsen einzeln betrachtet. Alle Zylinder in derselben Achse erhalten denselben Parametersatz. Das heißt, die vier z -Zylinder erhalten vier gleiche Sätze Parametereinstellung. Die Einstellungen werden für die translatorischen Bewegungen experimentell optimiert. Anschließend werden die rotatorischen Bewegungen überprüft. Die Übertra-

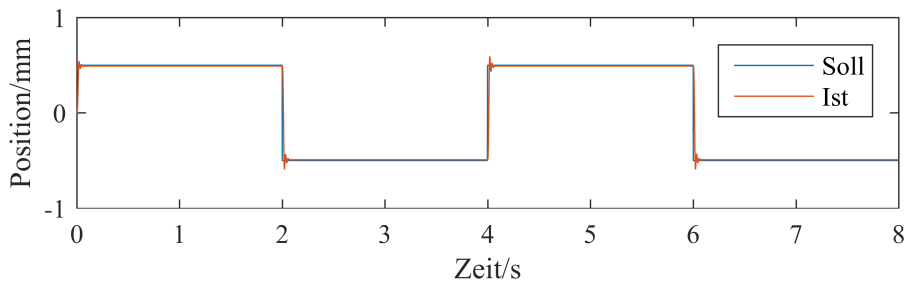


Abb. 4.11: Beispielfhafte Darstellung einer Rechtecksignalvorgabe und der Antwort von MAVIS

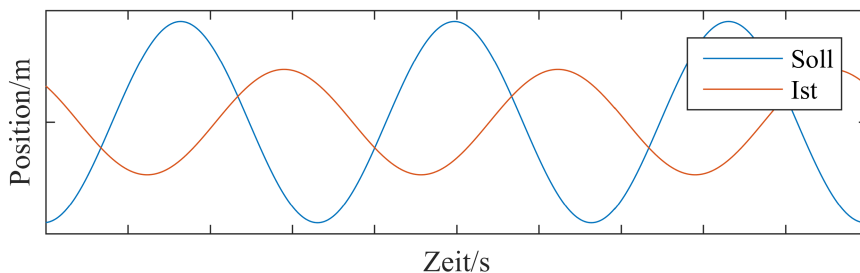


Abb. 4.12: Beispielfhafte Darstellung einer Sinusvorgabe und der Antwort durch MAVIS

gungsfunktion eines PID Reglers im Frequenzbereich lautet

$$H_{\text{PID}}(j\Omega) = k_P + \frac{k_I}{j\Omega} + k_D j\Omega \quad . \quad (4.24)$$

Es ist zu sehen, dass der integrale Anteil, bestimmt durch k_I , bei niedrigen Frequenzen einen großen Einfluss hat. Der derivative Anteil, welcher durch k_D eingestellt wird, wird mit zunehmender Frequenz stärker gewichtet. Der proportional Anteil k_P ist für alle Frequenzen gleich gewichtet.

Um die optimalen Parameter der PID Regelung zu bestimmen, wird ein Führungssignal vorgegeben und die Antwort von MAVIS beobachtet. Als Führungssignal wird ein Rechtecksignal mit einer Periodendauer von 2s gewählt. Die Amplitude beträgt 0,5mm. MAVIS fährt also alle 2s 0,5mm vor und zurück. Der tatsächlich verfahrenene Weg wird mit dem vorgegebenen Weg verglichen. In Abb. 4.11 ist beispielhaft dargestellt, wie ein Rechtecksignal als Sollsignal vorgegeben wird und die Istsignale von MAVIS aussehen. Ein leichtes Überschwingen ist zu beobachten. Fa. *Inova* schlägt für die Bedatung der Parameter vor, den P-Anteil zu erhöhen, bis ein Überschwingen zu

Tab. 4.2: Gewählte Sensitivitäten der Analogeingänge von Mavis

$x/\text{V}/\text{mm}$	$y/\text{V}/\text{mm}$	$z/\text{V}/\text{mm}$	$\varphi_x/\text{V}/^\circ$	$\varphi_y/\text{V}/^\circ$	$\varphi_z/\text{V}/^\circ$
0.2	0.2	0.2	2	2	2

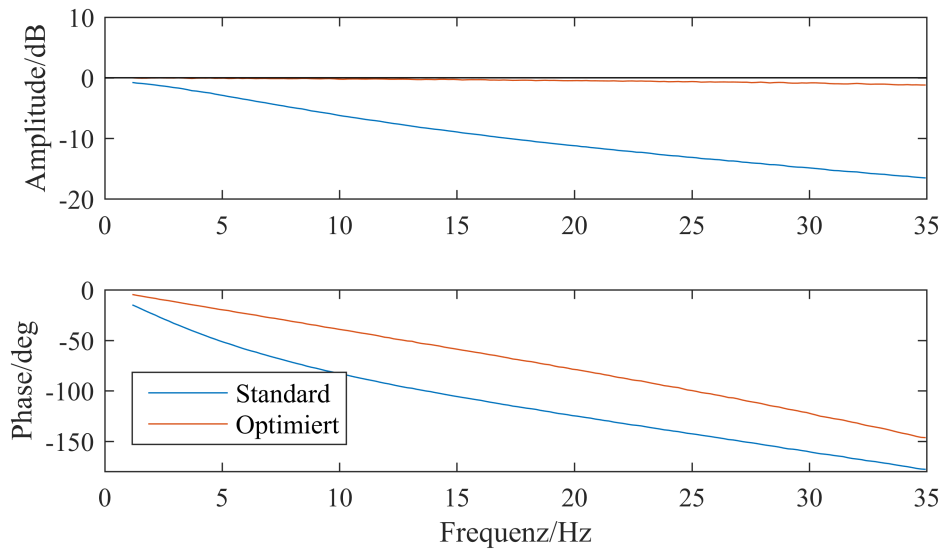


Abb. 4.13: Vergleich der Übertragungsfunktion für die x -Achse von MAVIS mit Standard und optimierten Parametern

sehen ist. Anschließend wird der D-Anteil erhöht, bis das Überschwingen verschwindet. Diese beiden Schritte werden so lange wiederholt, bis das Signal anfängt zu schwingen oder keine Verbesserung mehr auftritt. Abweichend von der Empfehlung der Fa. *Inova* wird der I-Anteil nicht geändert. Wie bereits erwähnt, ist in Gl. (4.24) zu sehen, dass der I-Anteil für sehr niedrige Frequenzen unterhalb von 1 rad/s einen gewichtigen Anteil und für höhere Frequenzen keinen Einfluss mehr hat. Die Änderung der Parameter ist in Tab. 4.3 zu sehen. Der proportionale Anteil wurde verdreifacht und der derivative Anteil wurde aktiviert. Der integrale Anteil wurde nicht verändert.

Anschließend wird ein Sinussignal vorgegeben und geprüft, wie gut die Amplitude und Phase übereinstimmen. In Abb. 4.12 ist eine beispielhafte Vorgabe von einem Sinussignal als Sollsignal zu sehen. Das Istsignal von MAVIS weist eine Phasenverzögerung, sowie eine Amplitudenminderung auf. Aufgrund der Trägheit des Systems, etwa durch die Tischmasse, kommt es zu einer Verzögerung. Gute Übereinstimmung konnten bei der Regelung der Translation in x -Richtung bis 20 Hz festgestellt werden.

Um die Änderung des Übertragungsverhaltens aufzuzeigen, wird die Übertragungsfunktion der x -Achse vor und nach der Regleroptimierung aufgenommen. Dazu wird ein Rauschen als Eingangssignal verwendet, dessen Klirrfaktor optimiert ist. Der Klirrfak-

Tab. 4.3: PID Parameter für die x -Achse

	k_P	k_I	k_D
Standard	5	2	0
Optimiert	15	2	7

tor ist das Verhältnis von Spitzenwert zum Effektivwert. Bei einem Sinus entspricht dies einem Wert von etwa 1,4. Bei einem weißen Rauschen entspricht der Wert etwa 6. In diesem Fall wird der Faktor auf 2 optimiert. Das heißt die einzelnen Frequenzen werden mit einer deutlich höheren Energie angeregt. Zwischen dem Istsignal und dem Sollsignal wird nun die Übertragungsfunktion berechnet. Die Messung ist in Abb. 4.13 zu sehen. In Blau ist die Übertragungsfunktion der x -Achse mit den Standard PID Parametern und in Rot die Übertragungsfunktion mit den optimierten Reglerparametern dargestellt, jeweils bei externer Sollwertvorgabe. Die Amplitudentreue ist deutlich verbessert. Mit den Standard Einstellungen sinkt die Amplitude sehr stark mit der Frequenz ab. Mit den optimierten Parametern bleibt die Amplitude über den betrachteten Frequenzbereich bis 20 Hz nahezu konstant. Beim Phasengang sinkt die Phase bei der blauen Kurve nichtlinear ab. Die rote Kurve hat eine kleinere Steigung und nimmt nahezu linear ab.

4.3.2 Identifikation

Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben wurde, kann die Regelung des Systems verbessert werden, wenn ein mathematisches Modell vom System zur Verfügung steht. In einer Voruntersuchung hat sich das Verfahren nach Abschnitt 3.3.3 als geeignet erwiesen und wird deshalb für die Kompensation eingesetzt. Daher ist es notwendig, eine gebrochen rationale Funktion im Frequenzbereich zu identifizieren. Dazu müssen die Ordnungen des Zähler- und Nennerpolynoms festgelegt werden. Aus einer mathematischen Modellierung des Problems können diese Ordnungen abgeschätzt werden. Die gemessene Übertragungsfunktion aus dem vorherigen Abschnitt dient als Grundlage, um die Parameter des Modells zu bestimmen. In einer weiteren Untersuchung wird die Totzeit näher betrachtet.

Franco et al. [5] haben gezeigt, dass die Hydraulikzylinder eines Vibrationstisches unabhängig voneinander identifiziert werden können. Daher werden die Achsen in dieser Arbeit unabhängig voneinander als SISO System betrachtet. Anhand der x -Achse wird das Vorgehen nun beschrieben.

Carrion und Spencer [3] haben Überlegungen bezüglich der mathematischen Modellierung eines Servohydraulischen Aktuators angestellt. Dazu wird das Übertragungsverhalten des Servoventils, des Hydraulikzylinders, der Positionsregelung und des Prüflings untersucht. Dabei wurden vereinfachte Annahmen für die einzelnen Komponenten getroffen. Die Gesamtübertragungsfunktion eines positionsgeregeltem Hydraulikaktuators ergibt sich damit als PT_3 Glied und kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$H(j\Omega) = \frac{b_0}{a_3(j\Omega)^3 + a_2(j\Omega)^2 + a_1(j\Omega)^0 + a_0} \quad . \quad (4.25)$$

Die gemessene Übertragungsfunktion mit den optimierten Parametern der x -Achse aus Abb. 4.13 wird verwendet, um das mathematische Modell abzuleiten. Die Modellparameter werden nach Gl. (3.29) mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt. Es wird anstelle eines PT_3 -Gliedes ein PT_4 -Glied verwendet, da das identifizierte Modell

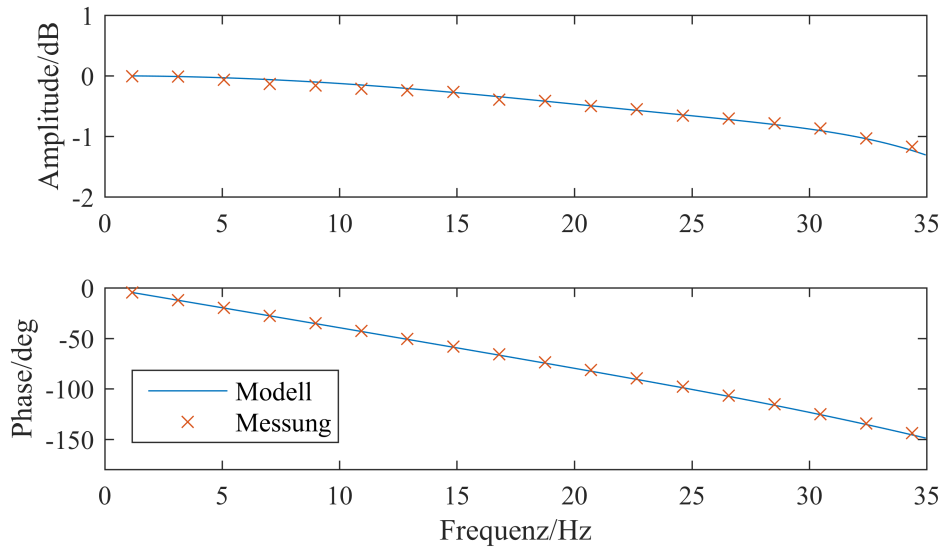


Abb. 4.14: Vergleich der identifizierten mit der gemessenen Übertragungsfunktion der x -Achse von MAVIS

sich dadurch etwas besser an die gemessene Kurve anpasst. Die getroffenen Annahmen zur Herleitung des PT_3 -Gliedes führen in diesem Fall offenbar zu einer unzulässigen Vereinfachung. In Abb. 4.14 ist ein Vergleich der identifizierten x -Achse mit den gemessenen Daten zu sehen. Die durchgezogene Linie entspricht dem identifizierten Modell, die Kreuze markieren die gemessenen Werte. Es wurde festgestellt, dass dieses Modell nur innerhalb der betrachteten Frequenzen verwendet werden sollte. Außerhalb der angeregten Frequenzen ist das Modell nicht vorhersagefähig. Die identifizierten Parameter sind in Tab. 4.4 zusammengefasst. Es fällt auf, dass b_0 und a_0 unterschiedliche Werte aufweisen. Das heißt, dass die Übertragungsfunktion bei der Frequenz 0 Hz nicht eins beträgt. Beim statischen Fall ist davon auszugehen, dass MAVIS zur vorgegebenen Position verfährt. Die Gleichheit der beiden Parameter kann bei der Identifikation erzwungen werden. Bei dieser Arbeit wurde festgestellt, dass der Verlauf im restlichen Frequenzbereich dann nicht mehr gut widerspiegelt wird.

Mit dem identifizierten Modell ist es möglich, das Verhalten von MAVIS in der x -Achse vorherzusagen bzw. zu simulieren. Es wird das Rauschsignal als Eingang in das Modell gespeist, welches für die Identifizierung von MAVIS verwendet wurde. Der Vergleich zwischen dem simulierten und experimentellen Zeitdaten ist in Abb. 4.15 zu sehen. Eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen und simulierten Kurve ist zu beobachten.

Tab. 4.4: Identifizierte Parameter der Übertragungsfunktion der x -Achse von MAVIS

i	4	3	2	1	0
b_i					$3,1841 \cdot 10^9$
a_i	1	551,1	$1,8208 \cdot 10^5$	$3,5445 \cdot 10^7$	$3,2365 \cdot 10^9$

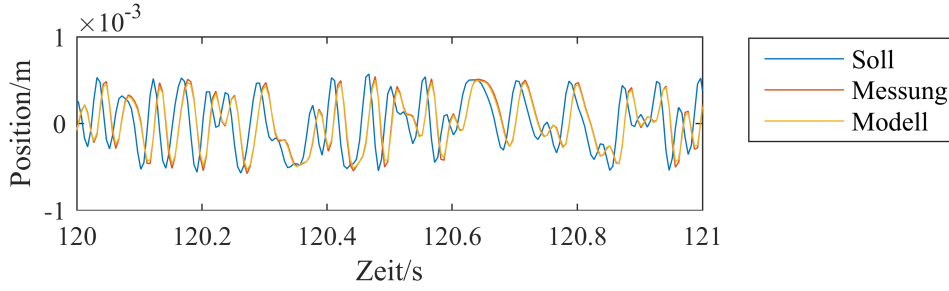


Abb. 4.15: Vergleich des gemessenen Zeitverlaufs mit dem identifizierten Zeitverlauf

Die Güte des Modells kann quantifiziert werden, indem der Fehler zwischen dem simulierten und den gemessenen Werten berechnet wird. Mit folgender Gleichung wird der relative Effektivfehler berechnet:

$$e_{\text{RMS}} = \frac{\sqrt{\sum (y - y_m)^2}}{\sqrt{\sum y_m^2}} \quad , \quad (4.26)$$

wobei y_m den gemessenen Werten und y den identifizierten Werten entsprechen. e_{RMS} ist der relative Effektivfehler. Bei dem identifiziertem Modell beträgt dieser 7%.

Aus dem Frequenzgang in Abb. 4.13 ist zu sehen, dass die Amplitude nahezu keine Änderung erfährt und die Phase ungefähr linear abfällt. Das Verhalten entspricht in etwa dem eines Totzeitgliedes, wie es im vorherigen Abschnitt beschrieben ist. Nach Gl. (4.21) wird aus der Steigung der Phase die Totzeit abgeschätzt. Durch eine Ausgleichsgerade wird die Totzeit auf 11,2 ms abgeschätzt. Um die Zusammensetzung dieser Totzeit zu untersuchen, wird MAVIS mit einem Sinussignal bei einer festen Frequenz bei 15 Hz angeregt. Die Amplitude wird von 2 mm in 0,1 mm Schritten bis auf 0,1 mm variiert, um Nichtlinearitäten aufzudecken. Das Übertragungsverhalten eines linearen Systems verhält sich unabhängig von der Amplituden, während das Übertragungsverhalten eines nichtlinearen Systems abhängig von der Amplitude ist. Beobachtet wird das Sollsignal, die Ventilstellung, das Drucksignal und der tatsächlich verfahrenene Weg eines x -Zylinders. Die einzelnen Sinuskurven werden nach Gl. (3.34) identifiziert und somit die Phase und Amplitude der einzelnen Signale bestimmt.

Die Phasenverschiebung zwischen den einzelnen Signalen wird berechnet. In Abb. 4.16 wird das Ergebnis über die vorgegebenen Sollamplituden aufgezeichnet. Die Ventilöffnung ist proportional zum Volumenstrom und damit zur Verfahrgeschwindigkeit des Tisches. Die Geschwindigkeit eilt dem Weg des Tisches um 90° voraus. In blau ist die Phasenverschiebung zwischen dem Sollsignal und der Ventilöffnung zu sehen. Es sollte auf der 90° Linie liegen, die durch die schwarze Linie gekennzeichnet ist. Die Ventilöffnung hängt aber etwas hinterher. Der Druck ist proportional zur Kraft, die den Tisch bewegt, die wiederum proportional und in Phase zur Tischbeschleunigung ist. Somit eilt der Druck wiederum der Geschwindigkeit um 90° voraus. In Rot ist die Phasenverschiebung zwischen dem Druck und der Ventilöffnung zu sehen. Wieder liegt dieser etwas unterhalb von 90° . Von der Beschleunigung zum Weg sind es wiederum -180° Phasenverschiebung. In Gelb ist die Phasenverschiebung zwischen tatsächlich verfahren-

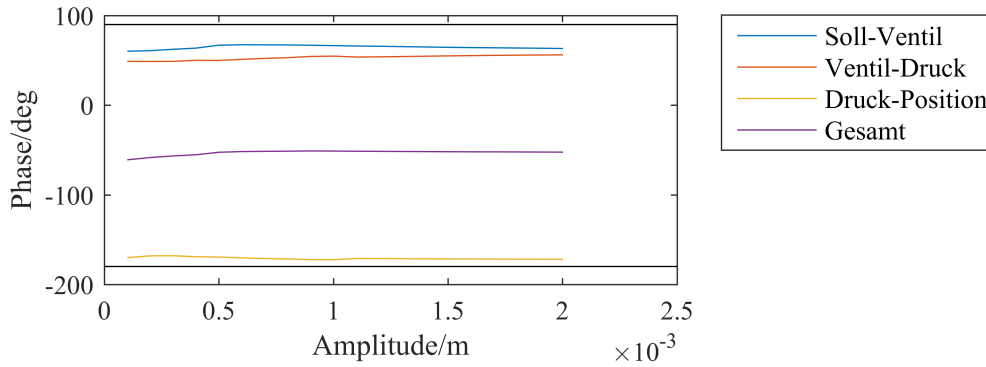


Abb. 4.16: Phasenverschiebung des x -Zylinders bei einer 15 Hz Anregung

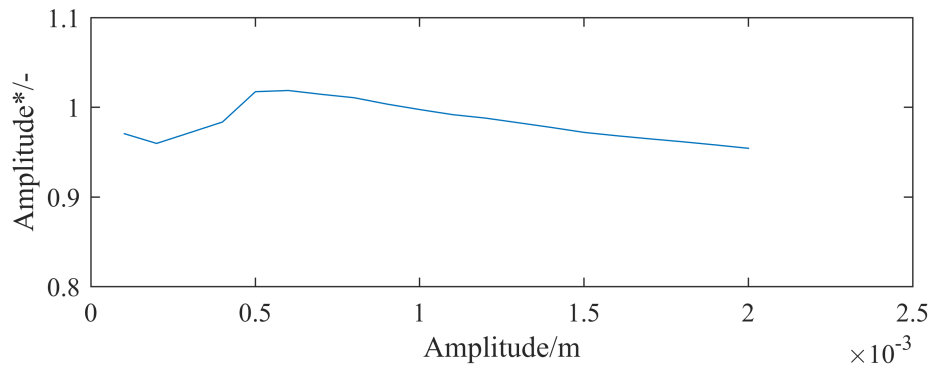


Abb. 4.17: Änderung der bezogenen Antwortamplitude bei variierender Erregeramplitude mit 15 Hz

renem Weg und dem Druck zu sehen. In Schwarz ist die -180° Linie zu sehen. Die gelbe Linie eilt der -180° Linie etwas voraus. In Violett ist der Phasenverzug von dem tatsächlichen Weg bezogen auf den Zielweg dargestellt. Über die oben genannte Beziehung kommt man mit 15 Hz und $-53,0^\circ$ auf 9,8 ms Totzeit. Es ist auch zu sehen, dass die Phase nicht von der Amplitude abhängt. Die meiste Zeit wird beim Druckaufbau verloren, wohingegen beim Übergang von Druck zu Weg sogar Zeit gewonnen wird. Dies wird auf den Regler zurückgeführt, der den Prozess beschleunigt. Zudem wird das Verhältnis der tatsächlich gemessenen Amplitude zur Sollamplitude über die Sollamplitude dargestellt. Abb. 4.17 zeigt die bezogene Antwortamplitude bei Variation der Sollamplitude. Die Antwortamplitude ist dabei auf die Sollamplitude bezogen. Bei etwa 0,5 mm Sollamplitude ist ein Einbruch der bezogenen Antwortamplitude zu sehen. Dies wird auf Reibung zurückgeführt, die bei diesem Punkt von Haftreibung in Gleitreibung wechselt. Dabei handelt es sich um eine Nichtlinearität.

Mit dem identifizierten System wird nun ein Vorfilter nach Abschnitt 3.3.3 ausgelegt, der das Sollsignal so verändert, dass die Phase verbessert wird und eine bessere Amplitudentreue vorliegt. Der Filter zum Stabilisieren wird mit $\alpha = 10$ gewählt. Dieser Vorfilter verstärkt hohe Frequenzen sehr stark, so dass das Zielsignal mit einem starken Rauschen beaufschlagt wird. Daher wird ein Butterworth Tiefpassfilter hintergeschal-

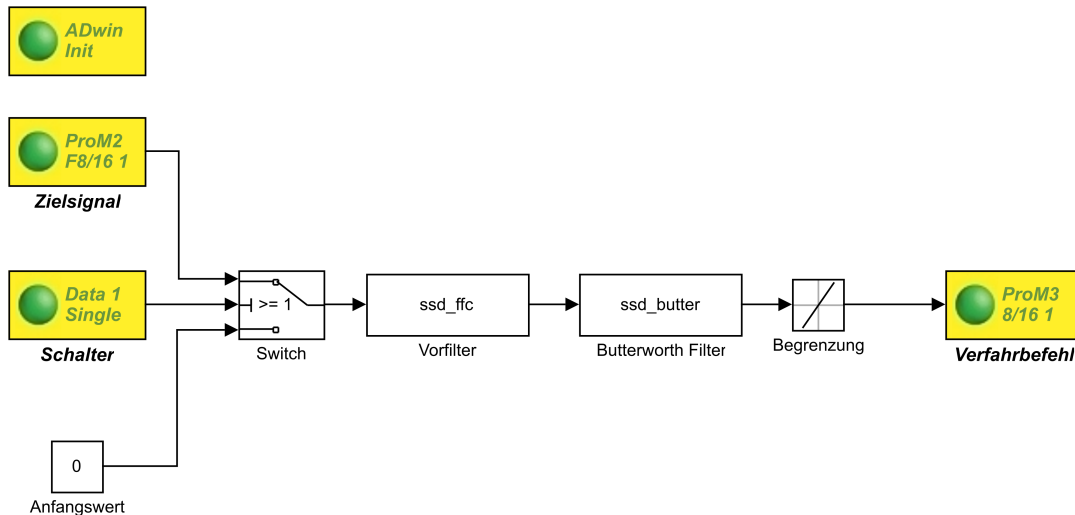


Abb. 4.18: Simulink Ablaufdiagramm für die Verbesserung der x -Achse mit einem Vorfilter

tet mit einer Eckfrequenz bei 124 Hz und der Ordnung 5, um das Rauschen zu unterdrücken. Abb. 4.18 zeigt das Ablaufdiagramm in Simulink für den Vorfilter. Über den Block **Zielsignal** wird der gewünschte Verfahrensweg zugeführt. Mit Hilfe von **Schalter** kann gesteuert werden, ob **Zielsignal** oder **Anfangswert** durch **Switch** geleitet wird. **Anfangswert** ist immer null, daher entspricht das Umlegen von **Schalter** dem Ausschalten des Programms. In **Vorfilter** ist der oben beschriebene Filter implementiert und manipuliert **Zielsignal**. Durch **Butterworth Filter** werden die hohen Frequenzen unterdrückt. Beide Blöcke sind als zeitdiskrete Zustandsraummodelle umgesetzt worden. In Kapitel 3 wird beschrieben, dass sich alle Modelle ineinander überführen lassen. Die zeitdiskreten Zustandsraummodelle haben sich in diesen Untersuchungen als sehr robust erwiesen. Mit **Begrenzung** wird eine maximale Steigung des Signals vorgegeben. So werden Stöße mit unendlicher Steigung vermieden. Durch **Verfahrenbefehl** wird das Signal wieder ausgegeben.

In Abb. 4.19 sind die Übertragungsfunktion der x -Achse mit der Vorfilterung und ohne Vorfilterung zu sehen. Die Amplitude hat sich geringfügig verbessert, während sich die Totzeit deutlich verbessert hat. Das Sollsignal ist jetzt bis 30 Hz präzise nachgebildet. Aus der Steigung der Phase wird eine Totzeit von 5,6 ms abgeschätzt. Die Totzeit hat sich durch die Vorfilterung halbiert. Allerdings hat das Butterworthfilter etwa einen Anteil von 4,2 ms. Dies wird aus der Steigung der Phase des Butterworth Filters im Frequenzbereich approximiert. Ohne den Filter wird MAVIS mit einem hochfrequenten Anteil angeregt, was sich aufgrund hochfrequenter Anteile in der Tischbewegung akustisch in einer unerwünschten Geräuscentwicklung bemerkbar macht. Ein Filter mit geringerer Verzögerung kann das Verhalten weiter verbessern.

In Abb. 4.20 ist das Soll- mit dem Istsignal für drei verschiedene Konfigurationen verglichen. In Blau ist das Sollsignal und in Rot das Istsignal dargestellt. Oben ist MAVIS mit den Standard Regler Einstellungen dargestellt, vgl. Tab. 4.3. MAVIS bildet die hohen Frequenzen nicht nach und ist deutlich zu träge. Im mittleren Bild wird das Si-

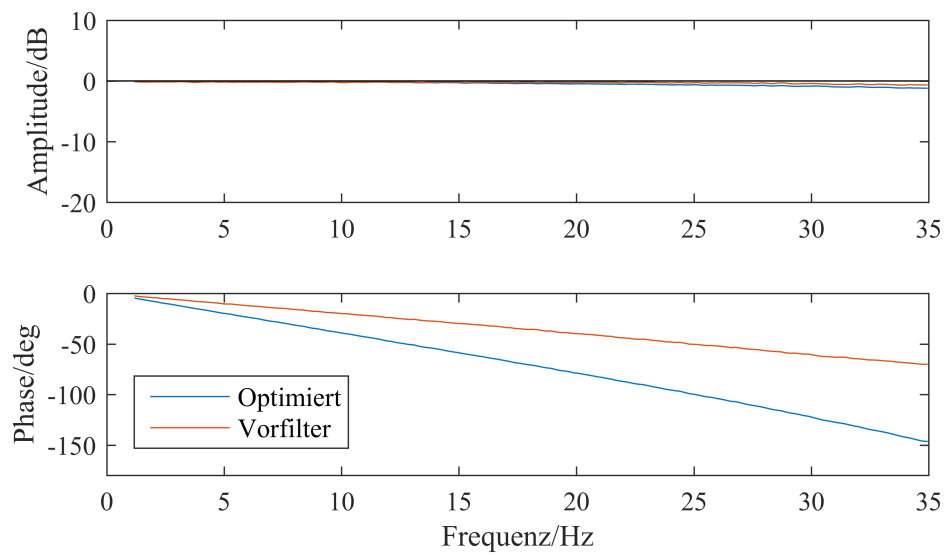


Abb. 4.19: Vergleich der Übertragungsfunktion der x -Achse mit und ohne Vorfilterung

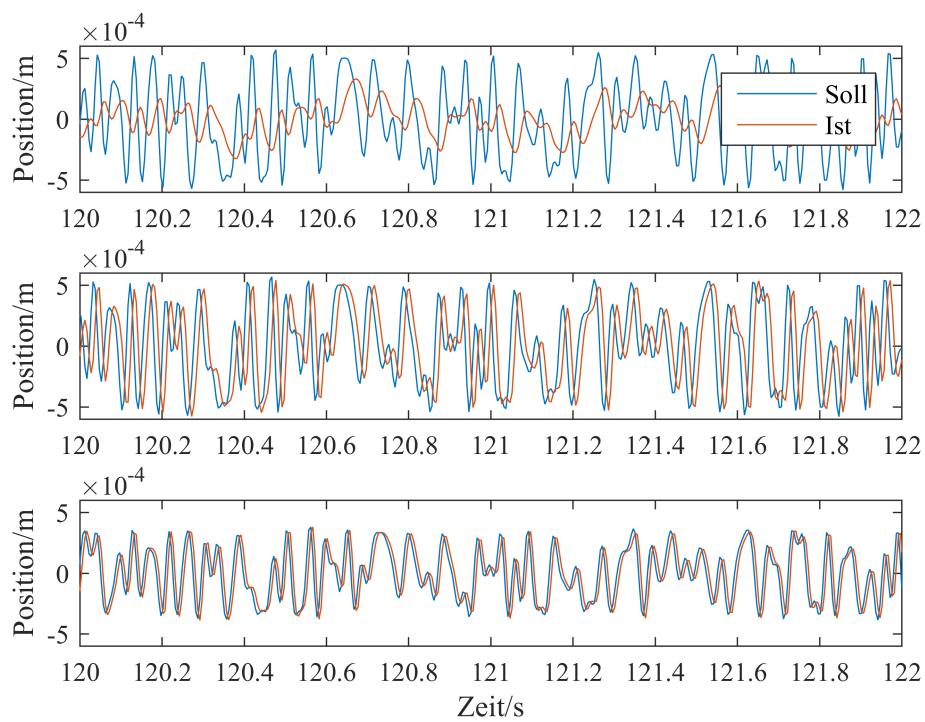


Abb. 4.20: Verschiedene Antwortsignale von MAVIS. Oben: Verhalten mit Standard Reglereinstellungen, mitte: Optimierte Reglereinstellungen, unten: Optimierte Reglereinstellung mit zusätzlichen Vorfilter

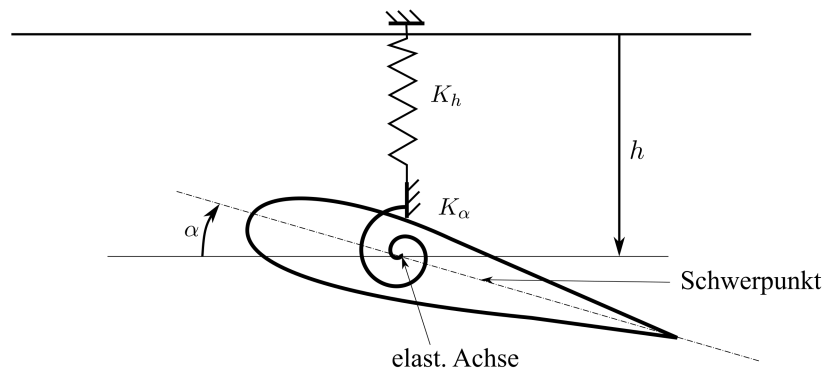


Abb. 4.21: Mechanisches Ersatzmodell für das emulierte System

gnal bereits gut nachgefahren. Eine Phasenverzögerung ist jedoch zu beobachten. Unten ist das Verhalten mit zusätzlicher Vorfilterung zu sehen. Die Phasenverzögerung wird weiter reduziert.

4.3.3 Emulation eines physikalischen Systems

Der vorherige Abschnitt beschreibt den Echtzeitregler. Dieser Abschnitt charakterisiert den Versuchsstand MAVIS. Damit sind die oberen Blöcke in Abb. 4.1 beschrieben. Diese beiden Blöcke, der Echtzeitregler und der Versuchsstand, bilden die virtuelle Seite einer mechanischen HILS ab. Das Zusammenspiel des Echtzeitreglers mit MAVIS wird nun untersucht, indem eine Emulation eines physikalischen Systems durchgeführt wird. Dazu wird ein Modell mit zwei Freiheitsgraden implementiert, welches eine Translation und Rotation zulässt. Dieses Modell wird auf dem Echtzeitregler hinterlegt. Mit einem elektrodynamischen Erreger wird MAVIS angeregt. Die gemessene Kraft wird dem Echtzeitregler zugeführt, um die Bewegung des Modells zu berechnen. Diese Bewegung wird wieder als Verfahrbefehl an MAVIS geschickt, somit bildet MAVIS das numerische Modell nach. Es wird nur die virtuelle Seite getestet, die Interaktion mit einem realen Bauteil ist in diesem Versuch also nicht enthalten.

Modell Als Modell wird ein vereinfachter Flügel gewählt, der eine Torsions- und eine Biegeeigenform hat. Die Kopplung beider Freiheitsgrade erfolgt über das statische Moment bzw. den Abstand des Flügelschwerpunkts von der elastischen Achse, welche durch die Position der Feder repräsentiert wird. In Abb. 4.21 ist das mechanische Ersatzmodell zu sehen. Es handelt sich um einen Einmassenschwinger mit zwei Freiheitsgraden.

Das mathematische Modell dazu lautet

$$\begin{bmatrix} m & S_\alpha \\ S_\alpha & J_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ M \end{Bmatrix} \quad , \quad (4.27)$$

wobei m die Masse, S_α das statische Moment und J_α das Trägheitsmoment ist. K_h ist die Steifigkeit in translatorische Richtung und K_α die Drehfedersteifigkeit. h ist der Schlag und α die Verdrehung. F ist die eingeleitete Kraft und M das Moment.

Das Modell ist dabei so ausgelegt, dass die erste Eigenfrequenz 5 Hz und die zweite Eigenfrequenz 10 Hz beträgt. Die erste Eigenform ist eine Schlagbewegung und die zweite Eigenform ist eine Drehbewegung. Das statische Moment S_α ist nur vorhanden, wenn die elastische Aufhängung nicht im Schwerpunkt erfolgt. Für das Modell wird eine leichte Kopplung gewählt, das heißt der Abstand des Schwerpunktes zur elastischen Achse beträgt 1 % der Flügeltiefe. Das Profil wird als Rechteckquerschnitt vereinfacht und daraus das Trägheitsmoment bestimmt. Die Dämpfung für den Schlag wird mit 10 % gewählt und die Dämpfung für die Torsion beträgt 5 %.

Gleichung (4.27) wird über eine Eigenwertanalyse nach Gl. (2.2) in den Modalraum transformiert. Mit den Eigenfrequenzen, Eigenformen, der modalen Masse, sowie der nun vorgegeben Dämpfung, wird nach Abschnitt 4.1.1 ein zeitdiskretes Zustandsraummodell erstellt, mit der die Verschiebungen ausgegeben werden. Als Eingang ist ein Kraftvektor definiert. Die berechnete Verschiebung h und Verdrehung α wird als Eingangssignal an MAVIS gegeben. Der Tischmittelpunkt von MAVIS entspricht in der Emulation die elastische Achse in Abb. 4.21, auf die sich die berechnete Deformation bezieht. Zur Anregung des numerischen Modells auf dem Echtzeitregler wird ein reales Kraftsignal von einem Schwingungserreger verwendet. Der Erreger wird außermittig platziert, so dass neben der Kraft auch ein Moment proportional zur Kraft eingeleitet wird. Das Moment wird folgendermaßen berechnet:

$$M = Fr \quad , \quad (4.28)$$

r ist dabei der Abstand des Kraftangriffpunktes zum Mittelpunkt der Struktur. Damit ergeben sich für das zeitkontinuierliche Zustandsraummodell folgende Matrizen:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(2\pi f_1)^2 & 0 & -2\pi f_1 D_1 & 0 \\ 0 & -(2\pi f_2)^2 & 0 & -2\pi f_1 D_1 \end{bmatrix} \quad , \quad (4.29)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{21} \\ \varphi_{12} & \varphi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix} \quad , \quad (4.30)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & 0 & 0 \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad (4.31)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^\top \quad . \quad (4.32)$$

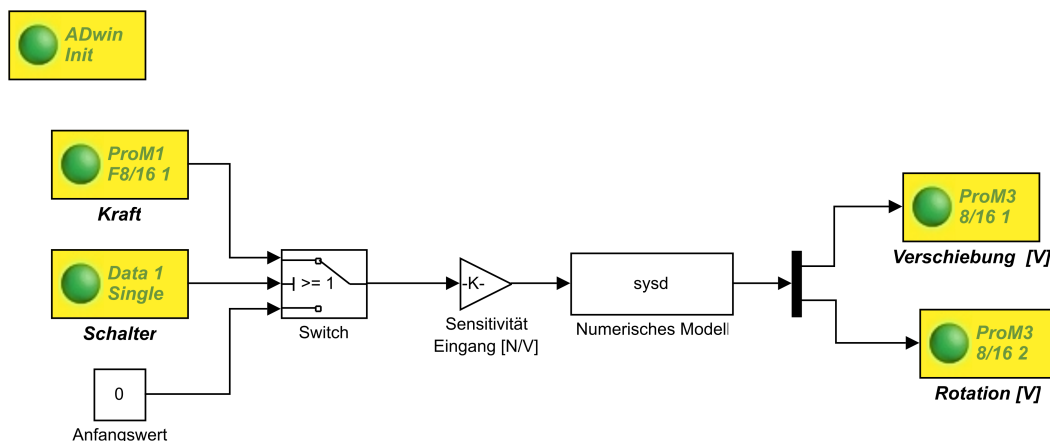


Abb. 4.22: Simulink Blockschaltbild für die Emulation

Der Eingang ist die Kraft F und der Ausgang lautet $y = [h \ \alpha]^T$ mit dem Schlag und der Torsion. Aus der Eingangskraft wird in der Steuermatrix $[B]$ das Moment berechnet und in den Modalraum transformiert. In der Systemmatrix $[A]$ sind die modalen Parameter enthalten. Damit sind die Zustände des Systems in modalen Koordinaten ausgedrückt. Mit Hilfe der Beobachtungsmatrix $[C]$ werden die Verschiebungen aus modalen Koordinaten in physikalische Koordinaten transformiert.

Der Regler von MAVIS hat eine Abtastrate von 10 kHz. Daher wird vermieden mit dem Echtzeitregler unterhalb von diesem Wert zu arbeiten. Das oben beschriebene Modell wird in ein zeitdiskretes Zustandsraummodell überführt und auf den Echtzeitregler mit der größtmöglichen Abtastrate von 50 kHz betrieben. Zusätzlich wird die Beobachtungsmatrix modifiziert:

$$[C_{\text{neu}}] = [S][T_u][C] \quad , \quad (4.33)$$

dabei werden mit $[T_u]$ die Einheiten von m auf mm für den Schlag und von rad in $^\circ$ für die Torsion mit den Umrechnungsfaktoren auf der Hauptdiagonalen umgerechnet. $[S]$ enthält die Sensitivitäten auf der Hauptdiagonalen und wandelt die physikalischen Einheiten in elektrische Spannungen um, die dann richtig skaliert von MAVIS als Fahrbefehle interpretiert werden, vgl. Tab. 4.2. Das dazugehörige Blockschaltbild zeigt Abb. 4.22. Im Grunde entspricht der Aufbau dem aus Abb. 4.3. Ein Unterschied ist **Schalter**. Mit diesem Schalter wird **Switch** gesteuert. Wenn **Schalter** auf Eins gesetzt ist, dann wird der Block **Kraft** durchgelassen. Ist **Schalter** auf null, wird **Anfangswert** durchgelassen. Dem numerischen Modell wird also eine Kraft von 0 N zugeführt. Die Sensitivitäten werden bereits im Zustandsraummodell eingerechnet, daher ist der sofortige Ausgang als elektrisches Signal möglich.

Versuchsdurchführung Der Aufbau für den Versuch ist in Abb. 4.23 zu sehen. MAVIS wird von dem elektrodynamischen Erreger EX220 C40 der Fa. *Prodera* angeregt. Dieser befindet sich auf einem Stativ mit Gleittisch und ist mit einem Stößel außermittig am



Abb. 4.23: Versuchsaufbau für den Emulationstest. Mit elektrodynamischer Erreger, MAVIS und ADwin Pro

Tisch in x -Richtung befestigt, vgl. Abb. 4.8. Mit einem Impedanzkopf vom Typ 288D01 der Fa. *PCB* wird die eingebrachte Kraft und die Beschleunigung am Erregerort gemessen. Für den Erreger wird ein Leistungsverstärker benötigt, der vorne links zu sehen ist. Der Echtzeitregler ADwin Pro befindet sich im Rack rechts im Bild mit dem DLR Logo. Auf dem Rack befindet sich die Messanlage Scada III der Fa. *LMS* und ein Messverstärker vom Typ 482A16 der Fa. *PCB*, um den Impedanzkopf zu versorgen. Hinter MAVIS befindet sich ein grauer Schaltschrank, in dem der MAVIS Regler eingebaut ist. Diesem werden die Sollsignale für den Verfahrensweg zugeführt. In diesem Versuch wird MAVIS ohne Vorfilter betrieben.

Zunächst wird der virtuelle Zweimassenschwinger mit einem weißen Rauschen bei niedriger Kraftamplitude von 2 Hz bis 20 Hz angeregt. Der elektrodynamische Erreger ist auf einem Gleittisch gelagert. Dieser erlaubt eine freie Bewegung in Anregungsrichtung. Bei niedrigen Frequenzen ist der Hub des Erregers sehr groß, da theoretisch bei 0 Hz eine Starrkörperbewegung mit unendlicher Amplitude erreicht werden kann. Bei der Eigenfrequenz der Struktur, also des numerischen zwei Freiheitsgrade Systems, wird ebenfalls eine große Wegamplitude des Erregers erwartet. Die Kraftamplitude wird vorsichtig erhöht. Als Limitierung ergibt sich in diesem Fall die Starrkörperbewegung im niedrigen Frequenzbereich. Mit dem weißen Rauschen werden Frequenzgänge bezogen auf das Steuersignal des Erregers in Volt gemessen. Durch Randbedingungen, wie etwa eine maximale Auslenkung des Erregers, maximale Erregerkraft und maximale Beschleunigung an der Struktur, wird ein Gleitsinus mit frequenzabhängiger Amplitude ausgelegt. Bei den Eigenfrequenzen und in den niedrigen Frequenzen wird die Amplitude abgesenkt. Damit ergibt sich eine frequenzabhängige Kraftamplitude, mit der die

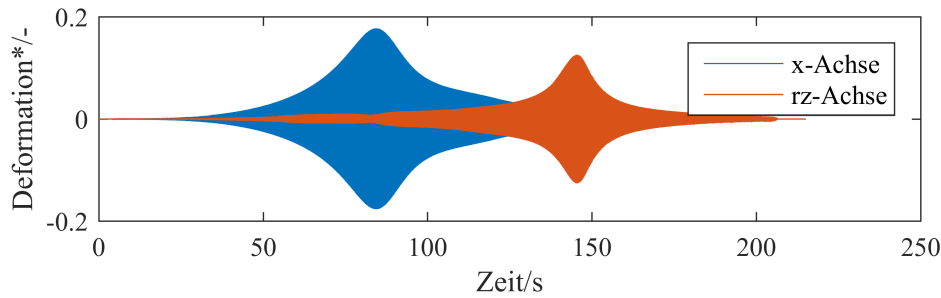


Abb. 4.24: Verfahrweg der x -Translation und der z -Rotation während der Emulation bei einer Gleitsinusanregung

die geforderten Randbedingungen gerade eingehalten werden. Das emulierte System wird mit 66 % der maximal möglichen Amplitude des Gleitsinus angeregt. Somit bleibt ausreichend Sicherheit bis zur maximalen erreichbare Kraftamplitude.

Auswertung In Abb. 4.24 sind die Verfahrwege der beiden Achsen zu sehen. Die Deformation ist eine bezogene Deformation. Die Verschiebung in x -Richtung wird auf 50 mm und die Verdrehung um die z -Achse wird auf 1° bezogen. Nach etwa 80 s wird die erste Eigenfrequenz bei 5 Hz angeregt. Bei der Rotation ist ein leichter Einbruch zu sehen. Bei einer Eigenfrequenz sollte jedoch eine Erhöhung zu sehen sein. Dieser Einbruch liegt daran, dass die Ventilöffnung bereits bei 100 % lag und die Winkel nicht mehr nachgefahren werden konnten. Die x -Translation und die z -Rotation beanspruchen dieselben Zylinder, vgl. Abb. 4.8. Die eingesetzten Achsen beeinflussen sich also gegenseitig.

Aus den gemessenen Antwortdaten sollen die modalen Parameter identifiziert werden, um daraus die Genauigkeit der Abbildung des Flügelmodells durch MAVIS beurteilen zu können. Dazu ist es notwendig, die Übertragungsfunktion zu bestimmen. Aus Gl. (4.28) ist ersichtlich, dass die Anregung an beiden Freiheitsgraden korrelieren. Es ist also nicht möglich die Übertragungsmatrix zu bestimmen. Dafür sind komplexere Methoden notwendig, die nicht im Rahmen dieser Arbeit liegen. Die gemessene Beschleunigung wird dennoch auf das gemessene Kraftsignal bezogen. Aufgrund der zusätzlichen Anregung durch das Moment ist das eine verfälschte Übertragungsfunktion. Es handelt sich um ein bezogenes Antwortspektrum.

Das gemessene bezogene Antwortspektrum wird mit dem theoretischen bezogenen Antwortspektrum verglichen. Die Polstellen des bezogenen Antwortspektrums sind identisch zu der Übertragungsfunktion, da sich das Antwortspektrum als Superposition der Übertragungsfunktion ergibt. Mit den Daten können also die Eigenfrequenzen und die Dämpfungen bestimmt werden. In Abb. 4.25 wird das bezogene Antwortspektrum von der gemessenen Beschleunigung zur Kraft dargestellt. Dort ist auch das theoretische bezogene Antwortspektrum der Beschleunigung zu sehen. Eine sehr gute optische Übereinstimmung bei dem Amplitudengang wird festgestellt. Bei der Phase ist deutlich die Verzögerung durch MAVIS zu sehen.

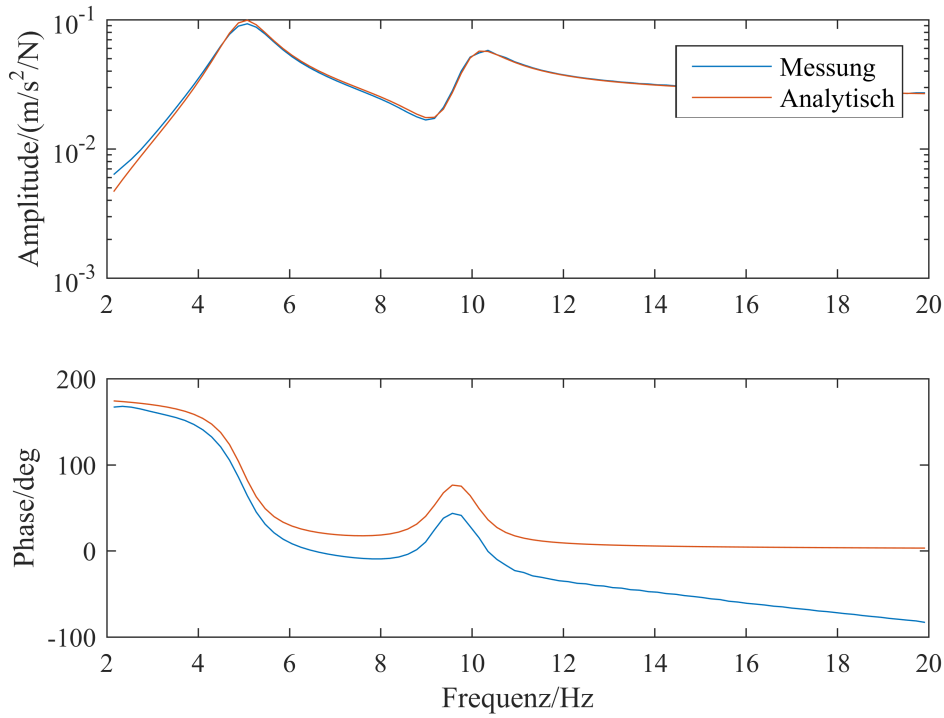


Abb. 4.25: Vergleich des analytischen Frequenzgangs mit dem Frequenzgang aus der Emulation durch MAVIS

Aus dem gemessenen Frequenzgang wird die Dämpfung und die Eigenfrequenz abgeschätzt. Dazu wird die Peak Fit Methode aus Abschnitt 4.2.2 verwendet. Es ergibt sich eine erste Eigenfrequenz bei 5,1 Hz und eine Dämpfung von 9,5 % und eine zweite Eigenfrequenz bei 10,6 Hz und eine Dämpfung von 5,8 %. Die Ergebnisse sind in Tab. 4.5 zu sehen. Insgesamt ist eine gute Übereinstimmung zwischen dem theoretischen und emulierten Modell zu sehen. MAVIS ist in der Lage ein physikalisches System mit dem Echtzeitregler zu emulieren. Dabei wurden zwei Achsen, die translatorische Achse in x -Richtung und die rotatorische Achse um die z -Richtung gekoppelt. Es wurde auch beobachtet, dass eine Kopplung der Achsen vorliegt. In diesem Fall hat die translatorische Bewegung in x -Richtung Auswirkung auf die Rotation um die z -Achse. Der Grund liegt darin, dass dieselben Zylinder für die beiden Bewegungen eingesetzt werden.

Tab. 4.5: Identifizierte und analytische modale Parameter des emulierten Systems

	f_1	D_1	f_2	D_2
Analytisch	5 Hz	10 %	10 Hz	5 %
Identifiziert	5,1 Hz	9,5 %	10,6 Hz	5,8 %

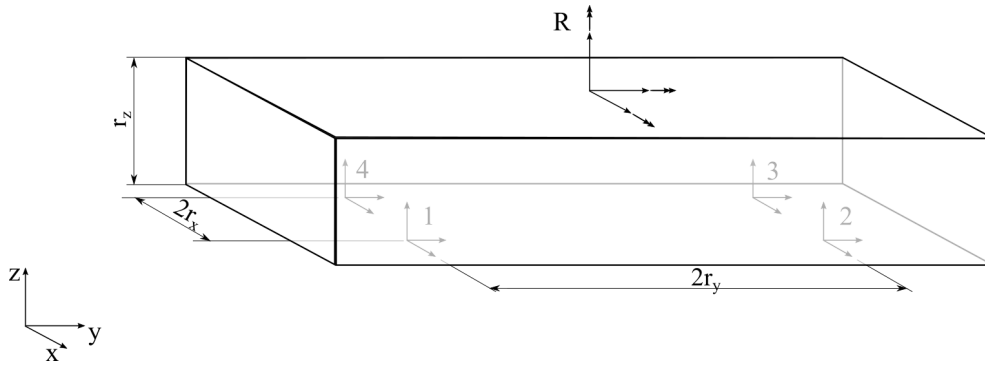


Abb. 4.26: Schematischer Aufbau und Freischnitt des FMD

4.4 Kraftmessplattform

Die Kraftmessplattform (FMD) bildet das Bindeglied zwischen dem numerischen und dem realen Modell. Die Kraft an der Schnittstelle zwischen der realen Struktur und dem Versuchsstand wird durch das FMD erfasst. Schnittkräfte und -momente, welche aufgrund der Reaktionskräfte der realen Struktur entstehen, werden gemessen und für die Simulation des numerischen Modells bereitgestellt. In diesem Abschnitt wird der Aufbau des FMD beschrieben und die Berechnung der resultierenden Schnittkräfte und -momente hergeleitet. Die Kraftsignale werden dem Echtzeitregler zugeführt, der die Resultierende anschließend intern berechnet. In einem Experiment wird überprüft, ob die Schnittkräfte korrekt berechnet werden. Dazu wird eine bekannte Kraft aufgebracht und mit der berechneten Resultierenden verglichen. Außerdem wird die Auswirkung des FMD auf den Verfahrensbefehl untersucht. Durch den Aufbau des FMD verschiebt sich die Schnittstelle zwischen MAVIS und der realen Struktur um einen Versatz oberhalb der Tischoberfläche von MAVIS, da das FMD bestimmte Abmaße besitzt und nicht unendlich klein ist.

In Abb. 4.26 ist eine schematische Darstellung der Plattform zu sehen. Die Kraftmessplattform besteht aus einer Grundplatte, vier Kraftmessdosen und einer Plattform. Die Grundplatte wird auf MAVIS aufgebaut und ist in der Abbildung nicht dargestellt. Auf dieser Grundplatte sind vier Kraftsensoren befestigt, mit denen jeweils drei Kraftkomponenten gemessen werden können, das heißt es werden insgesamt zwölf Kräfte gemessen. Vier graue Koordinatensysteme, die von 1 bis 4 nummeriert sind, deuten die Position der Kraftmessdosen an. Die Kraftsensoren sind vom Typ 261A01 der Fa. PCB. Auf diesen vier Kraftsensoren wiederum ist eine Plattform befestigt, mit der es möglich ist das Testobjekt anzubringen. Die Plattform wird durch den Quader repräsentiert. Die Kraftsensoren benötigen eine IEPE Spannungsversorgung über die Signalkabel. Das ADwin System bietet allerdings keine Möglichkeit dafür, daher werden zusätzliche Messverstärker gebraucht. Für diese Kraftmessplattform werden drei Verstärker der Fa. PCB mit der Typenbezeichnung 482A16 verwendet. In Tab. 4.6 sind die Sensitivitäten der einzelnen Kraftsensoren zusammengefasst. Jeder Sensor besitzt drei Sensitivitäten für jede Richtung. Aus dem FMD kommen also insgesamt zwölf Signale.

4.4.1 Berechnung der Schnittkräfte

Aus den zwölf gemessenen Kräften werden drei resultierende Schnittkräfte und Schnittmomente berechnet. Es wird angenommen, dass die reale Struktur auf der Kraftmessplattform eingespannt ist. Somit können die Schnittkräfte auch als Auflagerreaktion interpretiert werden. In Abb. 4.26 sind die Schnittkräfte mit dem schwarzen Koordinatensystem auf der Plattform dargestellt. Unten links sind die Richtungen des Koordinatensystems zu sehen. Das Koordinatensystem befindet sich oben mittig auf der Plattform, in der auch die resultierenden Kräfte berechnet werden. Aus den Kräfte- und Momentengleichgewichten werden die Einspannkräfte berechnet.

Nach dem Schwerpunktsatz gilt:

$$m\ddot{x} = \sum F_x = F_x + F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} \quad , \quad (4.34)$$

$$m\ddot{y} = \sum F_y = F_y + F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} \quad , \quad (4.35)$$

$$m\ddot{z} = \sum F_z = F_z + F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + F_{4z} \quad , \quad (4.36)$$

$$J_x\ddot{\varphi}_x = \sum M_x = M_x - F_{1z}r_y + F_{2z}r_y + F_{3z}r_y - F_{4z}r_y \\ + F_{1y}r_z + F_{2y}r_z + F_{3y}r_z + F_{4y}r_z \quad , \quad (4.37)$$

$$J_y\ddot{\varphi}_y = \sum M_y = M_y - F_{1z}r_y - F_{2z}r_y + F_{3z}r_y + F_{4z}r_y \\ - F_{1x}r_z - F_{2x}r_z - F_{3x}r_z - F_{4x}r_z \quad , \quad (4.38)$$

$$J_z\ddot{\varphi}_z = \sum M_z = M_z + F_{1x}r_y - F_{2x}r_y - F_{3x}r_y + F_{4x}r_y \\ + F_{1y}r_x + F_{2y}r_x - F_{3y}r_x - F_{4y}r_x \quad . \quad (4.39)$$

Die geometrischen Daten für diese FMD sind in Tab. 4.7 gezeigt. Die elastische Verbindung durch die Kraftsensoren, sowie die Trägheitskräfte der Plattform werden nachfolgend vernachlässigt. Es wird angenommen, dass die elastische Verbindung sehr steif ist und daher als starr angenommen werden kann und die Plattform sehr leicht ist.

Tab. 4.6: Sensitivität der Kraftsensoren von dem FMD

Sensor _i	1/(N/mV)	2/(N/mV)	3/(N/mV)	4/(N/mV)
x	2,1910	2,1820	2,2310	2,2150
y	2,2020	2,2200	2,2020	2,1890
z	0,6047	0,6048	0,6088	0,5975

Tab. 4.7: Geometrische Daten der Kraftmessplattform

r_x/mm	r_y/mm	r_z/mm
104	104	35

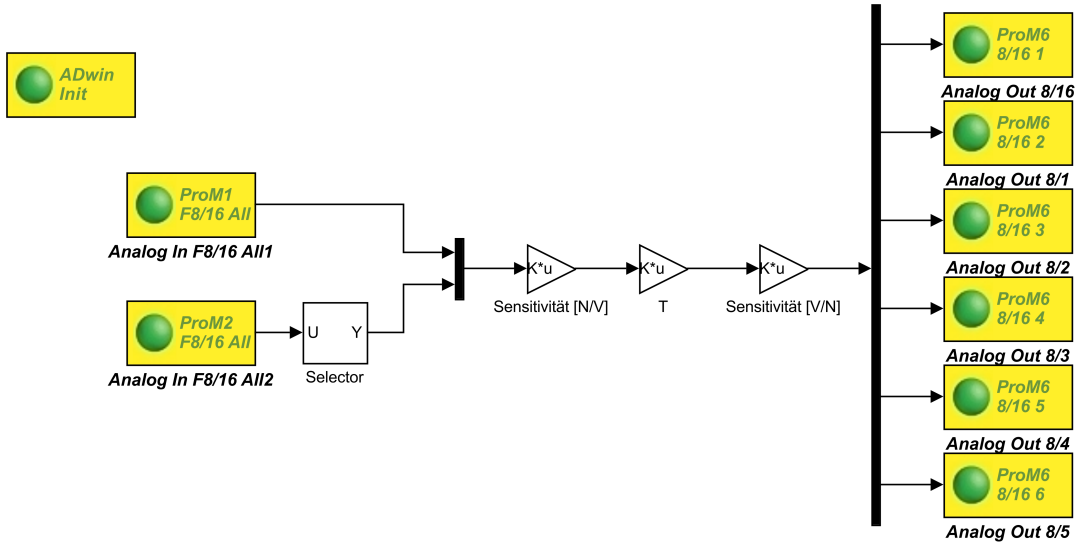


Abb. 4.27: Simulink Ablaufdiagramm zur Berechnung der Schnittkräfte aus FMD Messungen

Wird das obige Gleichungssystem mit den Annahmen in Matrixform geschrieben und nach den gesuchten Auflagerreaktionen aufgelöst, ergibt sich:

$$\{R\} = [T_F] \{F\} \quad , \text{ mit} \quad (4.40)$$

$$[T_F] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -r_z & r_y & 0 & -r_z & -r_y & 0 & -r_z & -r_y & 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & r_x & r_z & 0 & r_x & r_z & 0 & -r_x & r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & -r_x & 0 & r_y & -r_x & 0 & r_y & r_x & 0 & -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} , \quad (4.41)$$

$$\{R\} = \{F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z\}^T \quad , \quad (4.42)$$

$$\{F\} = \{F_{1x} \ F_{1y} \ F_{1z} \ F_{2x} \ F_{2y} \ F_{2z} \ F_{3x} \ F_{3y} \ F_{3z} \ F_{4x} \ F_{4y} \ F_{4z}\}^T \quad . \quad (4.43)$$

wobei $[T_F]$ die Transformationsmatrix von den gemessenen Kräften zu den Schnittkräften darstellt.

Die Vernachlässigung der dynamischen Kräfte ist gerechtfertigt, solange die Erregerfrequenzen deutlich unterhalb der ersten Eigenfrequenz des FMD liegen. In dieser Region verhält sich die Übertragung so, dass die Antwort in Phase bei gleicher Amplitude erfolgt. Sobald die Frequenz oberhalb der ersten Eigenfrequenz liegt, müssen die dynamischen Kräfte berücksichtigt werden. Die Winkelbeschleunigung, sowie die Massenträgheitsmomente sind schwierig zu erfassen, daher können diese Werte schlecht in die Berechnung der Auflagerkräfte einfließen.

Abb. 4.27 zeigt die Programmierung in Simulink, um die resultierenden Kräfte aus den

Einzelkräften zu berechnen. Mit dem Block **ProM1 F8/16 A11** werden alle analogen Signale der ersten Karte entnommen, das heißt, das Signal aus diesem Block enthält acht Einträge. Mit **ProM2 F8/16 A11** werden dementsprechend alle Analogsignale der zweiten Karte entnommen. Allerdings sind in der zweiten Karte nur vier Steckplätze belegt, weil es nur zwölf Kraftsignale gibt. Mit dem **Selector** werden nur die ersten vier Einträge weitergeleitet. Anschließend werden die acht Signale aus der ersten Karte und die vier Signale aus der zweiten Karte zusammengeführt, so dass ein Vektor mit zwölf Einträgen entsteht. Mit dem Block **Sensitivität [N/V]** werden die zwölf elektrischen Signale in physikalische Größen umgewandelt, also in Kräfte. Die elektrischen Signale werden mit einer Diagonalmatrix multipliziert, mit den invertierten Sensitivitäten aus Tab. 4.6 auf der Hauptdiagonalen. Diese zwölf Kräfte werden dann im Block **T** mit $[T_F]$ aus Gl. (4.40) multipliziert, so ergeben sich die drei resultierenden Kräfte und Momente. Über den Block **Sensitivität [V/N]** werden die physikalischen Größen nach dem gleichen Schema wie oben beschrieben wieder zurück in elektrische umgewandelt. Über die Blöcke **ProM6 8/16 X** werden die elektrischen Signale über die Ausgangskarten des ADwin Systems wieder ausgegeben und können über eine Datenerfassung aufgenommen werden.

In einem Versuch werden die getroffenen Annahmen überprüft. Dazu wird das FMD auf einem massiven Block befestigt und mit einem elektrodynamischen Erreger eine Kraft eingeleitet. Um den Erreger anzusteuern, ist ein Verstärker erforderlich. Die eingeleitete Kraft wird zwischen dem Erreger und dem FMD gemessen. Die vier Kraftsensoren werden über drei Messverstärker mit dem ADwin System verbunden. Auf dem Echtzeitregler werden dann die resultierenden Kräfte nach dem Programm in Abb. 4.27 berechnet und wieder ausgegeben. Mit der Datenerfassungsanlage werden die Signale aufgezeichnet. Die angreifende Kraft wird mit der zurückgerechneten Kraft verglichen. Jede Kraftkomponente wurde einzeln untersucht. Das heißt das FMD wurde einmal nur in x -Richtung angeregt, einmal nur in y -Richtung und einmal nur in z -Richtung. Der Erreger kann kein Moment einleiten, sondern nur Kräfte. Um die Momente zu untersuchen, wird der Erreger außermittig angebracht. Über den Hebelarm wird ein Moment erzeugt. Allerdings greift auch eine Kraft neben dem Moment an. Das FMD wird von 2 Hz bis 30 Hz untersucht. Als Messtechnik werden dieselben Komponenten verwendet wie für den Emulationstest mit MAVIS.

An dieser Stelle werden stellvertretend die Ergebnisse für die Kraft in x -Richtung und das Moment um die z -Achse gezeigt. In Abb. 4.28 ist der Aufbau zum Testen der x -Richtung zu sehen. Das FMD ist auf dem Block montiert und der Erreger steht auf einem Stativ mit Gleittisch davor. In Abb. 4.29 ist der Aufbau für die Erregung mit einem Moment um die z -Achse. Bei dieser Anregung wird eine zusätzliche Kraft in x -Richtung erzeugt. Bei beiden Aufbauten ist der Erreger unterhalb der Plattformoberfläche angebaut, so dass ein weiteres parasitäres Moment um die y -Achse entsteht. Als Erregersignal dienen Gleitsinus und Rauschsignale. Die Ergebnisse unterscheiden sich kaum, daher werden nur die Ergebnisse aus der Rauschanregung gezeigt.

In Abb. 4.30 ist der zeitliche Verlauf für die Messung der Kraft in x -Richtung dargestellt. Eine sehr gute Übereinstimmung ist zu sehen. Die Amplitude der zurückgerechneten Kraft ist etwas kleiner als die direkt gemessene. Das Signal ist sehr gut in Phase. In

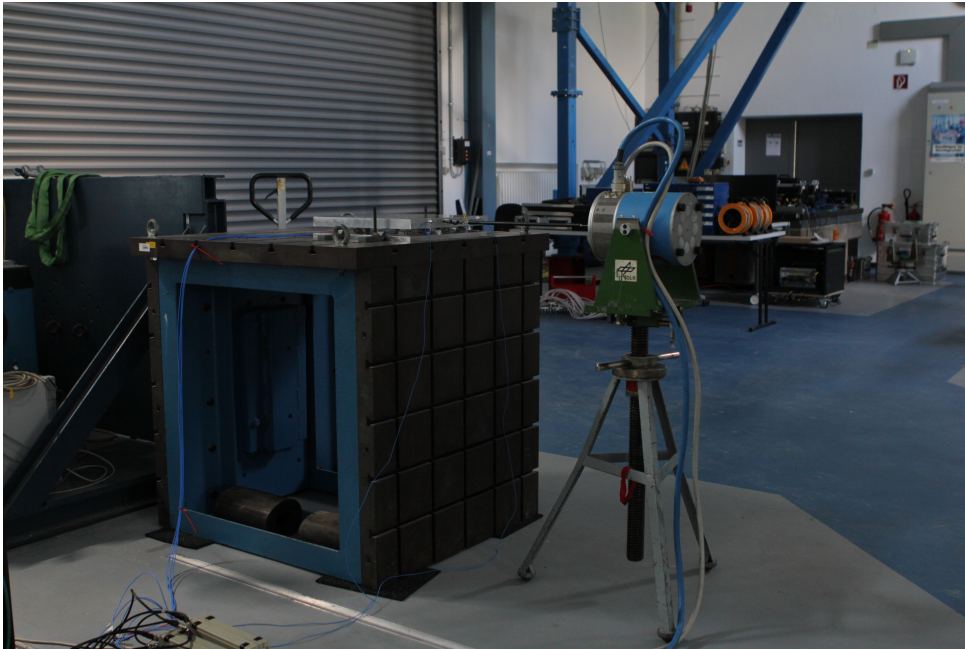


Abb. 4.28: Versuchsaufbau für die Erregung durch eine Kraft in x -Richtung

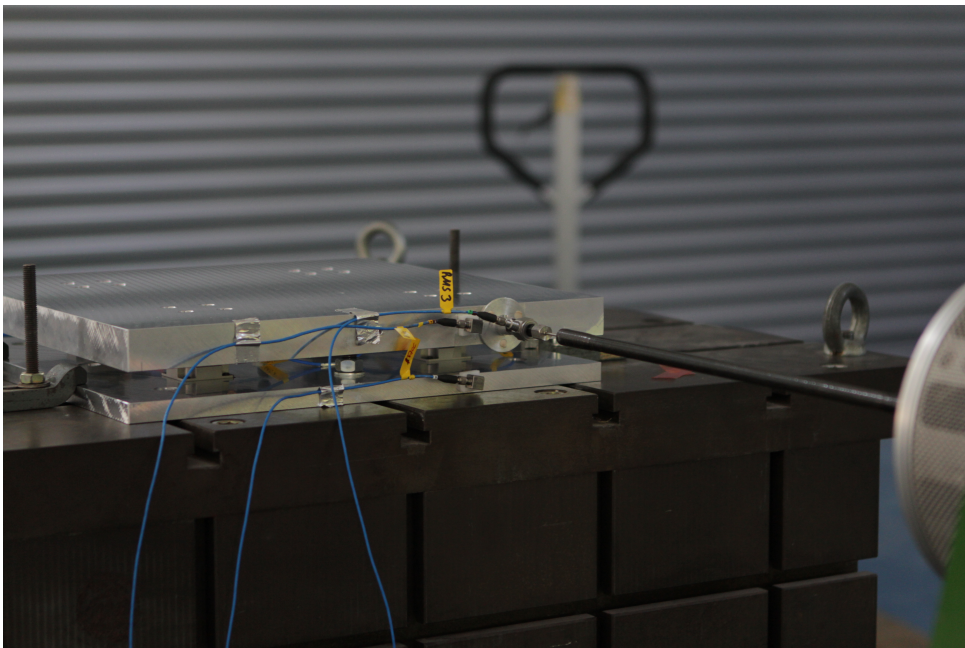


Abb. 4.29: Versuchsaufbau zum für die Erregung durch ein Moment um die z -Achse und zusätzlich eine Kraft in x -Richtung

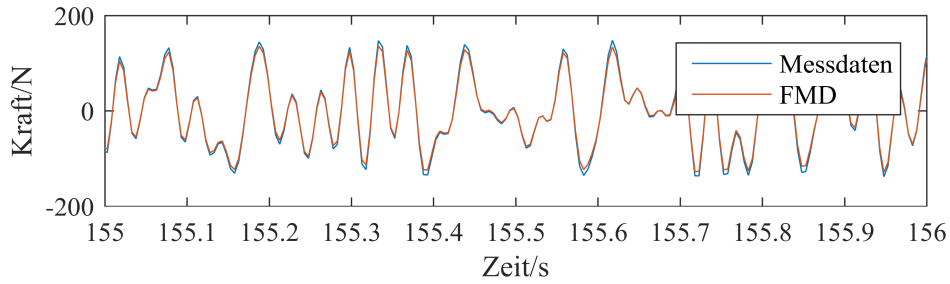


Abb. 4.30: Vergleich der gemessenen mit den berechneten Kräften des FMD in x -Richtung

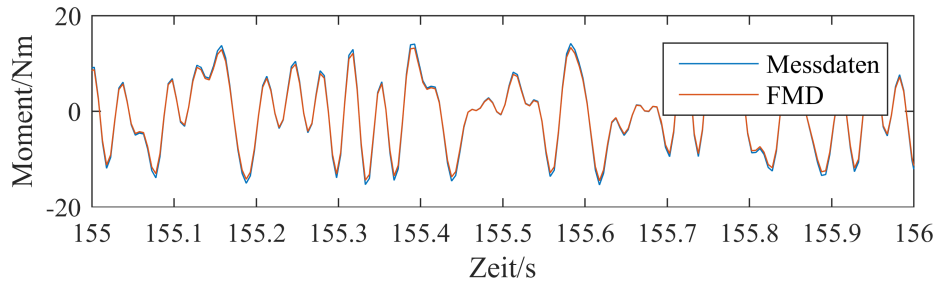


Abb. 4.31: Vergleich der gemessenen Werte mit den berechneten Momenten des FMD um die z -Achse

Abb. 4.31 ist der zeitliche Verlauf für die Messung des Moments um die z -Richtung zu sehen. Das Moment konnte nicht gemessen werden, daher wird es über den Versatz als Hebelarm berechnet. Beim Moment werden daher ein berechnetes Moment aus den zwölf Kraftsignalen des FMD und ein berechnetes Moment aus der eingeleiteten Kraft verglichen. Die Übereinstimmung der berechneten Momente aus dem Erregersignal und aus dem FMD weisen eine sehr gute Übereinstimmung auf. Auch beim Moment wird die Amplitude etwas unterschätzt.

Abb. 4.32 zeigt das Übertragungsverhalten des FMD für die Kraft in x -Richtung. Der Amplitudengang bestätigt die Beobachtung, es gibt über die betrachtete Frequenz eine Abminderung der Amplitude. Die Linie ist leicht unterhalb der 0 dB Grenze. Bei der Kraft sind zwei leichte Peaks im Bereich von 10 Hz bis 15 Hz zu beobachten. Diese Peaks werden auf die Interaktion mit dem Block zurückgeführt, auf die die Kraftmessplattform angebracht ist. In Abb. 4.33 ist das Übertragungsverhalten des FMD für das Moment um die z -Achse dargestellt. Bei der Berechnung des Moments sind diese Peaks nicht so deutlich zu sehen. Der Phasengang ist bei beiden Übertragungsfunktionen konstant über die betrachtete Frequenz bei 0° . Diese Beobachtung stimmt auch sehr gut mit der Beobachtung aus den zeitlichen Verläufen überein.

Insgesamt sind gute Übereinstimmungen festzustellen, daher sind die getroffenen Vereinfachungen gerechtfertigt. Zu berücksichtigen bleibt, dass die Plattform eine Masse hat und die Trägheitskraft von den Kraftsensoren gemessen werden. Die Schnittstelle für die HILS ist also unterhalb der Plattform und muss bei der Auslegung einer HILS berücksichtigt werden.

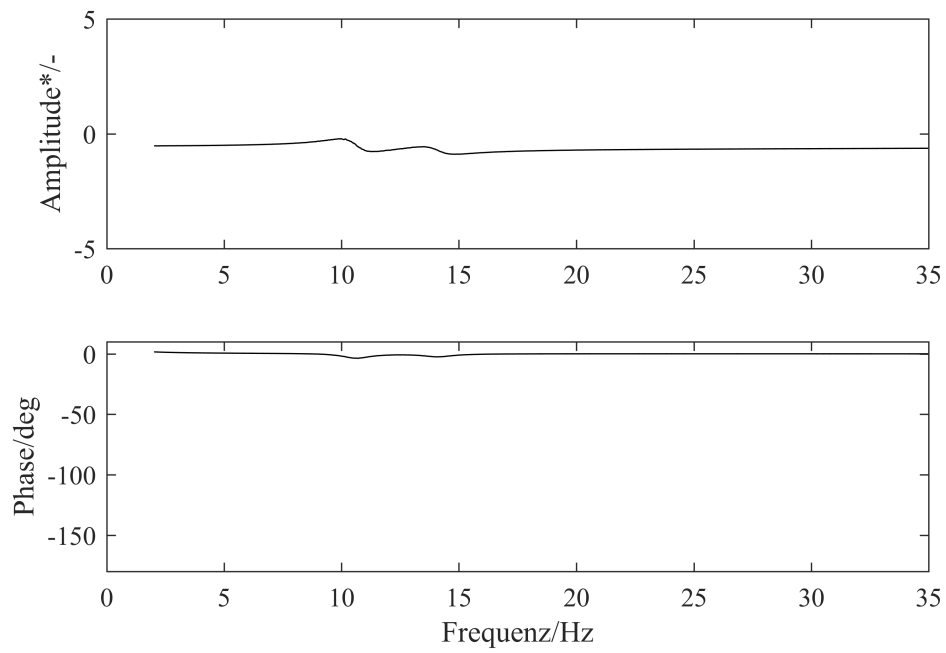


Abb. 4.32: Übertragungsfunktion zwischen berechnetem Wert und direkt gemessenen Kraft in x -Richtung

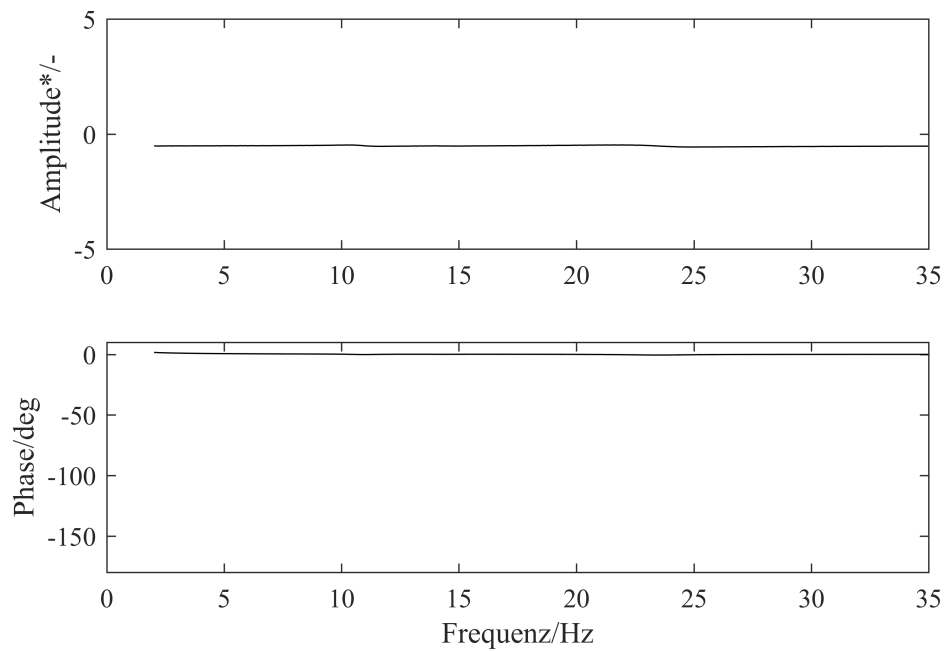


Abb. 4.33: Übertragungsfunktion zwischen berechnetem Wert und direkt gemessenen Moment um z -Achse

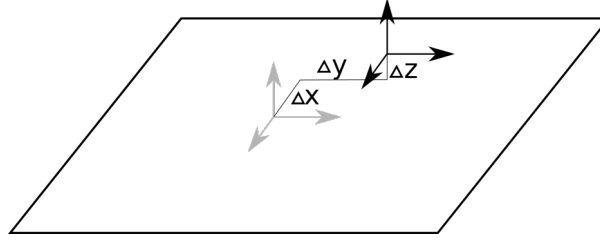


Abb. 4.34: Versatz der Schnittstelle zwischen realer und virtueller Struktur durch das FMD

4.4.2 Koordinatentransformation

Durch die Kraftmessplattform entsteht ein räumlicher Versatz der Schnittstelle zwischen MAVIS und realer Struktur oberhalb der Tischoberfläche, so dass bei Rotation der Tischmitte des Prüfstandes ein translatorischer Versatz der Plattformmitte des FMD entsteht. Dies ist in Abb. 4.34 skizziert. Die Verschiebung der Schnittstelle soll über eine Koordinatentransformation kompensiert werden. Über eine geometrische Transformation wird die Signalvorgabe vom Tischmittelpunkt von MAVIS auf den Plattformmittelpunkt des FMD überführt, das heißt die Sollwertvorgabe muss dafür korrigiert werden.

Dazu wird ein linearisiertes Modell verwendet und daraus eine Transformationsmatrix abgeleitet. Diese Transformationsmatrix wird auf die berechneten Verfahrenswege angewandt.

$$\{w_{\text{FMD}}\} = [T_{\text{Geo}}]\{w_{\text{MAVIS}}\} \quad . \quad (4.44)$$

$[T_{\text{Geo}}]$ transformiert den Positionsvektor $\{w\}$ vom Tischmittelpunkt von MAVIS auf den Plattformmittelpunkt der FMD.

Die Beziehungen zwischen den Koordinaten bezogen auf den Plattformmittelpunkt der FMD zu den Koordinaten bezogen auf den Tischmittelpunkt von MAVIS kann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$x_{\text{FMD}} = x_{\text{MAVIS}} + \varphi_{y\text{MAVIS}}\Delta z - \varphi_{z\text{MAVIS}}\Delta y \quad , \quad (4.45)$$

$$y_{\text{FMD}} = y_{\text{MAVIS}} - \varphi_{x\text{MAVIS}}\Delta z + \varphi_{z\text{MAVIS}}\Delta x \quad , \quad (4.46)$$

$$z_{\text{FMD}} = z_{\text{MAVIS}} + \varphi_{x\text{MAVIS}}\Delta y - \varphi_{y\text{MAVIS}}\Delta x \quad , \quad (4.47)$$

$$\varphi_{x\text{FMD}} = \varphi_{x\text{MAVIS}} \quad , \quad (4.48)$$

$$\varphi_{y\text{FMD}} = \varphi_{y\text{MAVIS}} \quad , \quad (4.49)$$

$$\varphi_{z\text{FMD}} = \varphi_{z\text{MAVIS}} \quad . \quad (4.50)$$

Es ist zu beachten, dass es sich um ein linearisiertes Modell handelt. Da MAVIS nur Winkel bis zu 5° verfahren kann, ist die Linearisierung gerechtfertigt. Aus diesem Gleichungssystem ergibt sich für $[T_{\text{Geo}}]$ aus Gl. (4.44)

$$[T_{\text{Geo}}] = \begin{bmatrix} 1 & & & +\Delta z & -\Delta y \\ & 1 & -\Delta z & & +\Delta x \\ & & 1 & +\Delta y & -\Delta x \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.51)$$

Aus den obigen Gleichungen ist zu sehen, dass sich die Winkel von einem Koordinatensystem in das andere nicht ändern. Einzig die translatorischen Bewegungen müssen umgerechnet werden. Es ist zudem zu sehen, dass die MAVIS Koordinaten direkt berechnet werden können, sobald die Winkel bekannt sind. Dazu ist die inverse Kinematik notwendig, also $[T_{\text{Geo}}]^{-1}$. Aus $[T_{\text{Geo}}]^{-1} [T_{\text{Geo}}] = [I]$ folgt:

$$\{w_{\text{MAVIS}}\} = [T_{\text{Geo}}]^{-1} \{w_{\text{FMD}}\}, \quad (4.52)$$

$$\text{mit } T_{\text{Geo}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & -\Delta z & +\Delta y \\ & 1 & +\Delta z & & -\Delta x \\ & & 1 & -\Delta y & +\Delta x \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$$= \begin{bmatrix} [I] & -[T_{\text{Geo}}]_{21} \\ [0] & [I] \end{bmatrix}, \text{ mit } [T_{\text{Geo}}]_{21} = \begin{bmatrix} 0 & +\Delta z & -\Delta y \\ -\Delta z & 0 & +\Delta x \\ +\Delta y & -\Delta z & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.54)$$

wobei $[T_{\text{Geo}}]_{21}$ die Koppelterme zwischen den rotatorischen und translatorischen Freiheitsgrade enthält.

Die Interaktion zwischen dem numerischen und dem realen Modell erfolgt über diese Kraftmessplatte. Die Bewegung des Schwerpunktes der realen Struktur hat Einfluss auf die gemessene Reaktionskraft an der Schnittstelle. Mit der vorgestellten Kompensation soll eine zusätzliche Bewegung des Schwerpunktes aufgrund des Versatzes verhindert werden. Die Vorgaben durch den Echtzeitregler sollen sich daher auf den Mittelpunkt des FMDs beziehen. Die MAVIS Vorgaben müssen daher aus den FMD Koordinaten berechnet werden. Gl. (4.52) gibt diese Beziehung wieder. Die Verfahrensbefehle können durch die inverse Kinematik $[T_{\text{Geo}}]^{-1}$ von den Koordinaten des FMD auf die Koordinaten von MAVIS transformiert werden.

In einem Versuch wird diese Kompensation der Schnittstellenposition getestet. Abb. 4.35 zeigt das eingesetzte Simulink Programm. Die Blöcke **RX** und **RY** geben jeweils ein Sinussignal aus. Dabei ist eines davon um 90° phasenversetzt zum anderen. Diese Bewegung wird als Rotation um die x -Achse und um die y -Achse vorgegeben. Diese beiden Signale werden zu einem Vektor mit zwei Einträgen zusammengeführt und mit dem Block **Amplitude** multipliziert. Dieser Wert kann in ADsimDesk während des Versuchs eingestellt werden. **Constant** erzeugt einen Nullvektor mit vier Einträgen, die wiederum den beiden Sinussignalen angehängt werden. Damit entsteht ein Vektor mit sechs Ein-

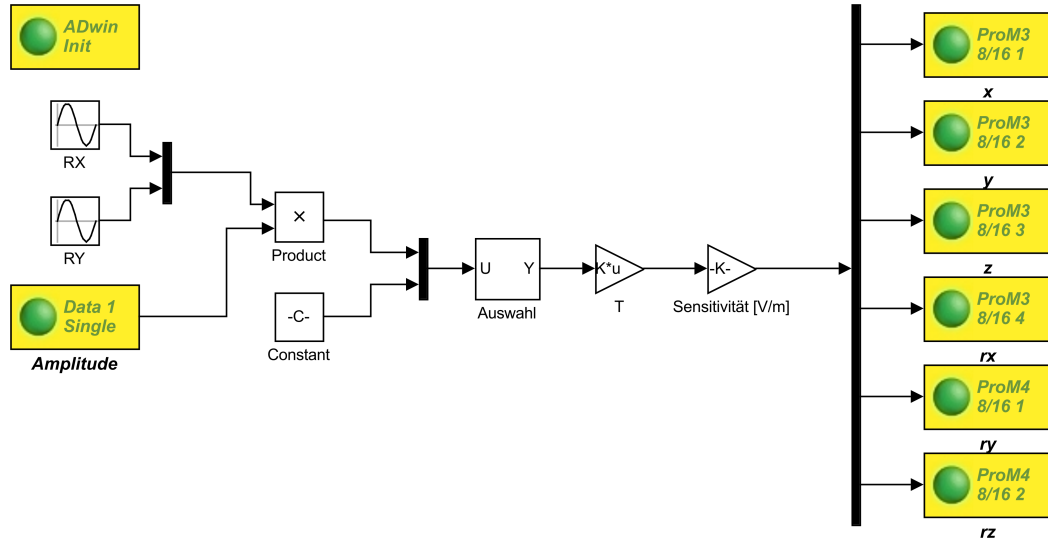


Abb. 4.35: Simulink Ablaufdiagramm für die Koordinatentransformation auf das FMD

tragen. Über **Auswahl** können die beiden Sinussignale an eine beliebige Position in dem Vektor verschoben werden. In diesem Fall wird das Signal aus **RX** auf Position vier und **RY** auf Position fünf verschoben. Durch den Block **T** erfolgt die Matrixmultiplikation nach Gl. (4.52). Mit **Sensitivität** werden aus den physikalischen Größen elektrische Steuersignale für MAVIS umgerechnet, die über die dritte Karte von ADwin ausgegeben werden.

Der Versuch besteht aus drei Unterversuchen. Der erste Teilversuch wird ohne FMD durchgeführt. Die Transformationsmatrix wird $[T] = [I]$ gesetzt, hat also keine Auswirkung. Ein triaxialer Beschleunigungssensor wird auf die Tischmitte von MAVIS platziert. Durch die rotatorischen Bewegungsvorgaben sollte in der Tischmitte keine translatorische Bewegung entstehen, daher sollte der Beschleunigungssensor auch keine Beschleunigung messen. Im zweiten Teilversuch wird das FMD aufgebaut und auf die Plattformmitte des FMD der Beschleunigungssensor angebracht. Weiterhin gilt $[T] = [I]$. Es wird wieder dieselbe Bewegung vorgegeben und die Beschleunigung gemessen. Aufgrund des Versatzes, wird eine translatorische Bewegungskomponente auftauchen und sollte also gemessen werden. Zuletzt wird der Beschleunigungsaufnehmer wieder auf die Mitte der Plattform platziert. Diesmal wird die Korrekturmatrix eingesetzt $[T] = [T_{\text{Geo}}]$, um die Sollsignale zu transformieren. Die Tab. 4.8 gibt eine Zusammenfassung der drei Versuche.

Tab. 4.8: Versuchsaufbauten (Verifikation) für die Kompensation des Versatzes (FMD)

Versuch	V1	V2	V3
FMD	Nein	Ja	Ja
$[T]$	$[I]$	$[I]$	$[T_{\text{Geo}}]$

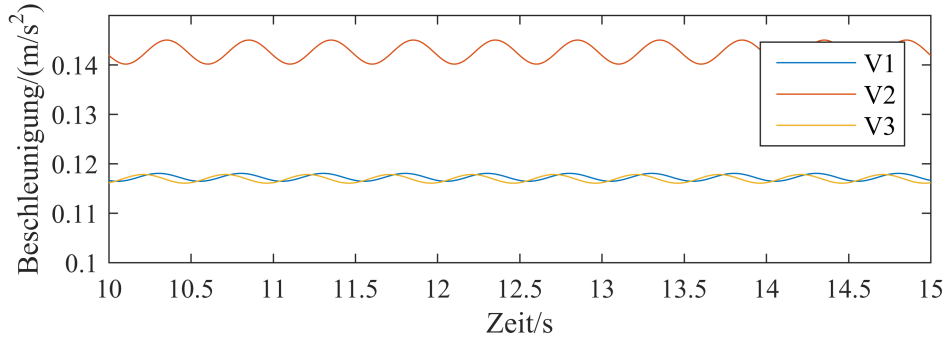


Abb. 4.36: Vergleich der Beschleunigung im Tischmittelpunkt für die Kompensation des Versatzes

Die drei aufgenommenen Signale des Beschleunigungsaufnehmers aus den drei Teilversuchen werden nun miteinander verglichen. Dazu werden die drei Beschleunigungskomponenten je Versuch folgendermaßen vektoriell addiert:

$$|\ddot{w}| = \sqrt{\ddot{w}_x^2 + \ddot{w}_y^2 + \ddot{w}_z^2} \quad . \quad (4.55)$$

Nun kann jedem Versuch ein einziges Beschleunigungssignal zugeordnet werden. In Abb. 4.36 sind die drei Beschleunigungssignale für die drei Versuche zu sehen. Bei dem ersten Signal ist die Beschleunigung nicht Null. Dies kann auch daran liegen, dass der Aufnehmer nicht exakt in der Mitte platziert wurde. Ein weiterer Grund könnte die linearisierte Geometrie in der Regelung von MAVIS sein. Die Beschleunigung wird größer, wenn dieser auf die Plattformmitte platziert wird. Durch die Kompensation nach Gl. (4.54) wird die Beschleunigung wieder auf das Maß reduziert, wie sie auf der Tischmitte vorzufinden ist. Insgesamt sind die Beschleunigungen auf einem sehr niedrigen Niveau, so dass die Koordinatentransformation vernachlässigt werden kann.

5 Stabilitätsuntersuchung

Im vorherigen Kapitel wurden alle Komponenten beschrieben, die für eine mechanische HILS notwendig sind. Diese umfassen einen Echtzeitregler, der das numerische Modell einer Struktur berechnet, einen Versuchsstand, der die Bewegungen an der Schnittstelle zwischen virtueller Struktur und realer Struktur imitiert und ein FMD, der die Schnittkraft misst und so die reale und virtuelle Struktur miteinander koppelt. Diese Rückführung der Kraft führt zu einem geschlossenen Kreis. Ein System, das im offenen Kreis stabil ist, kann im geschlossenen Kreis instabil werden. Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, dass durch die MAVIS eine Verzögerung eingebracht wird, die auch als Totzeit modelliert werden kann. Solche Totzeiten können die Ursache für ein instabiles System sein. Eine HILS mit einem instabilen System kann nicht betrieben werden.

In der Regelungstechnik gibt es verschiedene Werkzeuge, um die Stabilität eines Systems zu bestimmen. Eines davon ist das Nyquistkriterium. Dieses hat den Vorteil, dass auch Totzeiten berücksichtigt werden können. Zudem wird neben der Stabilität auch eine Marge berechnet, die es noch bis zur Grenzstabilität gibt. In diesem Kapitel wird zunächst ein Beispiel vorgestellt, an der die Stabilitätsanalyse durchgeführt werden soll. Dieses besteht aus einem virtuellen Zug-Druck-Stab und einer realen angekoppelten Masse. An diesem Beispiel wird mit dem Nyquistkriterium eine kritische Totzeit berechnet, mit der das System instabil wird. Anschließend wird eine Überlegung angestellt, wie sich das Systemverhalten mit zunehmender Totzeit bis zur Stabilitätsgrenze ändert. Mit numerischen Simulationen wird das Verhalten veranschaulicht. Zuletzt werden diese Überlegungen in einem Experiment validiert. Danach wird die Machbarkeit einer HILS auf der MAVIS mit einem komplexeren Beispiel geprüft.

Zunächst wird mit einem Gedankenexperiment der Mechanismus veranschaulicht, mit dem ein mechanisches System durch die Totzeit instabil wird. Dazu wird ein Einmas-

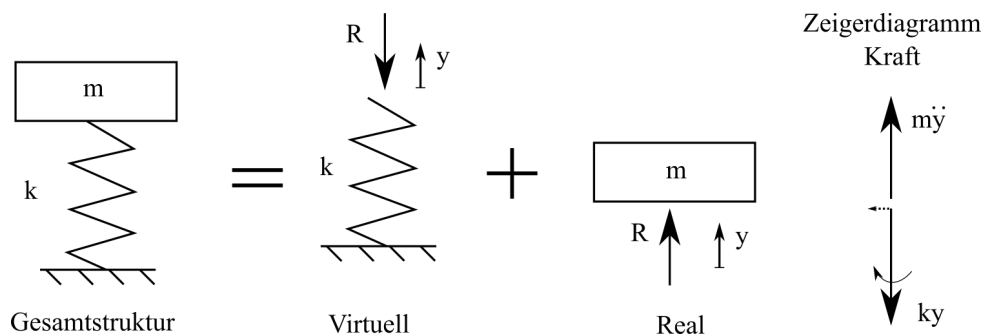


Abb. 5.1: Mechanische HILS eines Einmassenschwingers. Ohne Dämpfung destabilisiert das System aufgrund der Totzeit

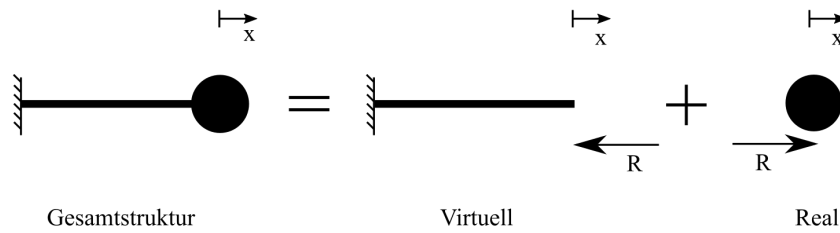


Abb. 5.2: Beispiel für eine HILS. Das Gesamtsystem aus Masse und Stab ist links zu sehen. Die Schnittstelle ist an der Spitze des Stabs.

senschwinger betrachtet, der in einer HILS getestet werden soll. Die Schnittstelle wird zwischen der Feder und der Masse festgelegt. Als numerisches Modell wird die Feder gewählt und die Masse entspricht dem realen Modell, wie es in Abb. 5.1 zu sehen ist.

Wenn sich der Versuchsstand bewegt, reagiert die Masse mit einer Trägheitskraft. Diese wird gemessen und dem numerischen Modell einer Feder zurückgeführt. Eine Feder zeigt proportionales Verhalten, das heißt, die Deformation ist proportional zur Reaktionskraft. Der Versuchsstand führt den Verfahrbefehl jedoch erst mit einer Totzeit aus. Die Federkraft hängt also der Trägheitskraft etwas hinterher. In Abb. 5.1 ist auf der rechten Seite das Zeigerdiagramm für die Kraft dargestellt. Aufgrund der Totzeit verschiebt sich die Phase der Federkraft. Dies führt zu einer zusätzlichen Komponente der Federkraft, die gestrichelt angedeutet ist. Diese Komponente der Federkraft wirkt wie eine negative Dämpfung, die das System aufklingen lässt. Eine Dämpfung im System ist also unbedingt notwendig, um eine stabile HILS mit einer Totzeit zu ermöglichen. Eine Dämpferkraft könnte diese Komponente der Federkraft aufheben. Mit der Phasenreserve aus dem Nyquistkriterium kann die kritische Totzeit bestimmt werden, wie weit das Zeigerdiagramm aufgrund der Totzeit verdreht werden kann, bis das System instabil wird.

5.1 Beispielmodell für die Stabilitätsuntersuchung

In diesem Abschnitt wird das Beispiel vorgestellt, anhand dessen die Stabilitätsuntersuchungen durchgeführt werden. Das virtuelle Modell entspricht einem Zug-Druck-Stab und das reale Modell ist eine Masse. Abb. 5.2 visualisiert das genannte Beispiel. Der Stab ist auf der linken Seite fest eingespannt. An der Spitze des Stabes auf der rechten Seite befindet sich die Schnittstelle, an der die Masse angekoppelt wird. Für den Stab ist ein kontinuierliches Modell gewählt worden. Der Stab hat allerdings nur einen translatorischen Freiheitsgrad, in dem er sich bewegen kann. Damit handelt es sich um ein SISO System.

Aus dem kontinuierlichen Zug-Druck-Stab wird ein FE Modell erstellt, um das Problem auf die Bewegungsgleichung zurückzuführen. Für ein lineares Finite Element ei-

nes Zug-Druck-Stabes sind von Link [12] Massen- und Steifigkeitsmatrix angegeben, die von physikalischen Parametern abhängen. Die Massenmatrix hängt von der Dichte und geometrischen Daten ab. Die Steifigkeitsmatrix hängt vom E-Modul und geometrischen Daten ab. Der Stab wird in zehn Elemente aufgeteilt. Jedes Element ist mit mindestens einem anderen Element verbunden. Aufgrund der Verbindung ergeben sich Randbedingungen für jedes Element, aus denen sich die Massen- und Steifigkeitsmatrix des gesamten Modells ergeben. Mit diesen beiden Matrizen kann nun nach Gl. (2.2) eine Eigenwertanalyse durchgeführt werden. Die physikalischen Parameter werden so gewählt, dass die Eigenfrequenzen in einem Frequenzbereich bis 30 Hz liegen. Damit wird es ein akademisches Beispiel, da die Eigenfrequenzen so eines Stabes üblicherweise deutlich höher liegen. Die Dämpfung wird im Modalraum definiert und wird auf 1 % festgelegt. Die Geometrie- und Materialeigenschaften sind in Tab. 5.1 beschrieben. In Tab. 5.2 sind die modalen Eigenschaften des Stabes dargestellt. Aufgrund einer einfacheren Handhabung wird das modale Modell auf die ersten beiden Moden beschränkt mit den Eigenfrequenzen bei $f_1 = 4,0$ Hz und $f_2 = 12,2$ Hz

Das reale Modell ist eine Punktmasse, dessen Gewicht mit $m_p = 12,5$ kg gewählt wird. Das mathematische Modell dazu lautet:

$$m_p \ddot{w} = R \quad (5.1)$$

Nun wird die Masse im FE Modell berücksichtigt, um das Verhalten des Gesamtsystems abzuschätzen. Dazu wird das reale Modell als Punktmasse am Knoten berücksichtigt, an der auch die Schnittstelle ist. Als neue Eigenfrequenzen ergeben sich $f_1 = 3,6$ Hz und $f_2 = 11,0$ Hz. Da die Dämpfung im FE Modell nicht modelliert wurde, wird diese Änderung nicht näher untersucht. Es wird davon ausgegangen, dass die Dämpfung sich nicht beeinflusst wird.

5.2 Kritische Totzeit

In diesem Abschnitt werden zunächst die Grundlagen des Nyquistkriteriums vorgestellt. Verschiedene Verfahren ermöglichen eine Aussage über die Stabilität des rückgekoppelten geschlossenen Systems mit geschlossenem Regelkreis. Dieses Kriterium hat den Vorteil, dass es vom Verhalten des offenen Regelkreises auf das Verhalten im geschlossenen

E/N/m	ρ /kg/m	A/ m ²	L/m	Elemente/-
$7 \cdot 10^5$	2700	0,04	1	10

Tab. 5.1: Physikalische Eigenschaften des Stabes

f_r / Hz	4,0	12,3	20,7	29,6	39,3	49,7
D_r / -	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Tab. 5.2: Modale Eigenschaften des Stabes

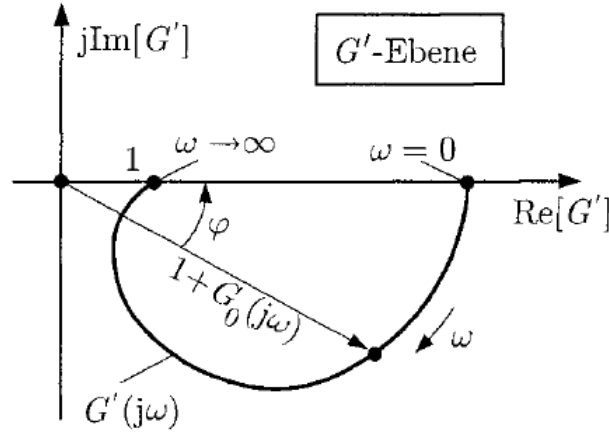


Abb. 5.3: Beispiel einer Ortskurve mit der Phase φ [20]

Regelkreis schließen kann und dass auch Totzeiten berücksichtigt werden können. Neben der Aussage, ob ein System stabil ist, werden mit diesem Verfahren auch Reserven bis zum instabilen Verhalten berechnet. Aus der sogenannten Phasenreserve ergibt sich eine kritische Totzeit, bei der das System vom stabilen in den instabilen Zustand überschlägt. Daher wird im Rahmen der Echtzeit-Teilstrukturierung von Terkovic et al. [19] die Verwendung des Nyquistkriteriums vorgeschlagen. Zunächst werden die Grundlagen des Verfahrens erklärt und anschließend am oben genannten Beispiel angewandt.

5.2.1 Nyquistkriterium

Das Nyquistkriterium basiert auf den Phasenänderungen der Ortskurve der Übertragungsfunktion. Um die Ortskurve zu bestimmen, wird die Übertragungsfunktion in der komplexen Ebene aufgetragen. Jeder Punkt auf der Kurve entspricht einer Frequenz. Die Phase eines Punktes wird von der reellen Achse aus gemessen und der Betrag ist der Abstand zum Koordinatenursprung. Abb. 5.3 zeigt eine Ortskurve in der komplexen Ebene, in der die Phase φ zu einer Frequenz $j\Omega$ zu sehen ist. Die positive Phasenrichtung ist dabei gegen den Uhrzeigersinn. Mit dem Nyquistkriterium kann die sogenannte Phasenreserve und die Amplitudenreserve abgelesen werden. Aus der Phasenreserve ergibt sich die kritische Totzeit des Systems, bei der das System grenzstabil ist. Es ist ausreichend die Übertragungsfunktion des offenen Kreises zu betrachten, um auf das Stabilitätsverhalten des geschlossenen Kreises zu schließen.

Zunächst wird der strukturelle Aufbau aus Abb. 3.3 betrachtet, in der eine Rückführung gezeigt wird. Die Übertragungsfunktion $H_o(j\Omega)$ beschreibt dabei den offenen Kreis. Nach Gl. (3.21) lautet die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises

$$H(j\Omega) = \frac{H_o(j\Omega)}{1 + H_o(j\Omega)} \quad .$$

5 Stabilitätsuntersuchung

Als mathematisches Modell dient die gebrochen rationale Polynomdarstellung. Für den offenen Kreis lautet die Übertragungsfunktion

$$H_o(j\Omega) = \frac{Z_o(j\Omega)}{N_o(j\Omega)} \quad , \quad (5.2)$$

mit dem Zählerpolynome $Z_o(j\Omega)$ und dem Nennerpolynom $N_o(j\Omega)$ des offenen Kreises. Um die Stabilität des offenen Systems zu untersuchen werden die Nullstellen des Nennerpolynoms berechnet, das heißt, die Polstellen des Systems bestimmt. Polstellen mit einem negativen Realteil sind stabil und Polstellen mit positiven Realteil sind instabil. Polstellen ohne Realteil sind Grenzstabil. Aus der oben nochmals dargestellten Gl. (3.21) wird der Nenner untersucht:

$$1 + H_o(j\Omega) = \frac{N_o(j\Omega) + Z_o(j\Omega)}{N_o(j\Omega)} = \frac{N_g(j\Omega)}{N_o(j\Omega)} \quad , \quad (5.3)$$

wobei $N_g(j\Omega)$ das Nennerpolynom des geschlossenen Kreises darstellt.

Die obige Gleichung (5.3) zeigt einen bemerkenswerten Zusammenhang. Auf der rechten Seite ist zu sehen, dass im Zähler das Nennerpolynom des geschlossenen Regelkreises steht und im Nenner das Nennerpolynom des offenen Regelkreises. Auf der linken Seite wird die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises mit eins addiert. Das bedeutet, dass der Koordinatenursprung für die Ortskurve nach Abb. 5.3 auf der Achse des Realteils um eins nach links verschoben wird. In diesem neuen Koordinatensystem wird eine Beziehung zwischen den Nennerpolynomen des offenen und des geschlossenen Kreises hergestellt. Es reicht also aus, die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in einem versetzten Koordinatensystem zu betrachten, um eine Stabilitätsaussage des geschlossenen Systems zu treffen.

Die Phase eines Systems wird durch dessen Nullstellen und Polstellen bestimmt[20]. Nullstellen des Zählerpolynoms mit negativem Realteil führen zu einer 180° Phasendrehung, während Nullstellen mit einem positiven Realteil zu einer -180° Phasendrehung führen. Stabile Pole des geschlossenen Systems führen zu einer positiven Phasenverdrehung und instabile Pole führen zu einer negativen Phasenverdrehung um 180° . Bei den Nullstellen des Nennerpolynoms ist das Gegenteil der Fall. Stabile Pole des offenen Systems führen zu einer negativen und instabile zu einer positiven Phasenverdrehung.

Nun wird gefordert, dass das geschlossene System stabil ist. Das Zählerpolynom verdreht die Phase also nur in positive Richtung. Zusätzlich wird angenommen, dass das offene System stabil ist. Das Nennerpolynom führt also nur zu einer negativen Phasenverdrehung. Die Änderung durch beide Polynome heben sich also gegenseitig auf. Ist nun doch ein instabiler Pol im geschlossenen System, dann entsteht eine Phasenverdrehung im Uhrzeigersinn größer als 180° . Die betrachtete Ortskurve ist, wie bereits beschrieben, die von $H_o(j\Omega)$ mit einer Verschiebung des Koordinatenursprungs auf $(0/-1)$. Bei einer Phasenverdrehung kleiner als -180° wird dieser Punkt umschlungen. Beim offenen System $H_o(j\Omega)$ muss also bei einer Phase von -180° die Verstärkung kleiner als eins sein, damit der Punkt nicht umschlungen wird.

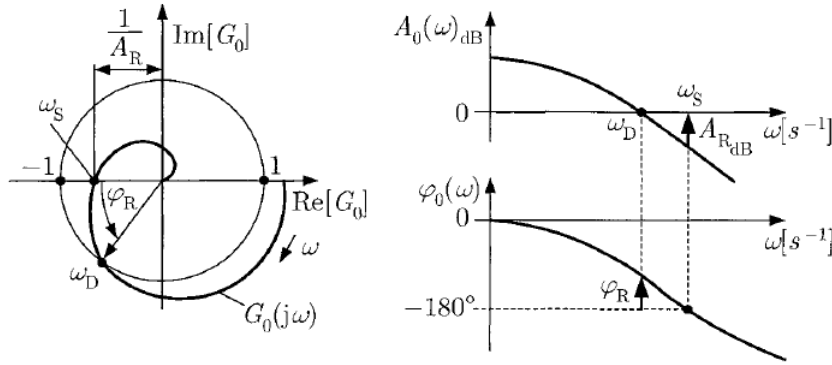


Abb. 5.4: Darstellung der Amplituden- und Phasenreserve in der Ortskurve (links) und im Frequenzgang (rechts) [20]

Diese Bedingung kann wiederum sehr gut im Amplituden- und Phasengang überprüft werden und wird in Abb. 5.4 rechts dargestellt. Zudem können zwei kritische Parameter definiert werden, welche die Reserven bis zur Grenzstabilität aufzeigen. Zum einen kann die Verstärkung bei einer Phase von -180° abgelesen werden. Für ein stabiles System muss dieser Wert kleiner als eins sein. Die Verstärkung, die erforderlich wäre, um bei einem Phasenwinkel von -180° einen Wert der Ortskurve von eins zu erreichen, ist die Amplitudenreserve A_R . Falls das System beispielsweise durch einen Regler mit einem größeren Wert als A_R verstärkt wird, wird der Punkt $(0/-1)$ doch umschlungen und das System wird instabil. Zum anderen ist es möglich die Phase bei einer Verstärkung von eins abzulesen. Diese muss größer als -180° sein bzw. einen Betrag kleiner als 180° aufweisen. Die Differenz des Phasenwinkels der Ortskurve bei einer Verstärkung von eins zum Phasenwinkel -180° ist die sogenannte Phasenreserve φ_R . Die Kreisfrequenz, bei der die Verstärkung eins beträgt, ist die Durchtrittsfrequenz Ω_D . Wenn die Phase des offenen Systems eine Phasenverdrehung größer als φ_R erfährt, zum Beispiel durch eine Totzeit, dann wird das System instabil. Diese Zusammenhänge sind in Abb. 5.4 dargestellt. Über Gl. (4.21) kann eine Beziehung zwischen der Phasenreserve und der kritischen Totzeit hergestellt werden:

$$\tau_{\text{krit}} = \frac{\varphi_R}{\Omega_D} \quad , \quad (5.4)$$

wobei τ_{krit} die kritische Totzeit ist, bei der das System instabil wird.

Diese Überlegung beschreibt das vereinfachte Nyquistkriterium und gilt nur, wenn das Zählerpolynom des offenen Kreises dieselbe oder eine kleinere Ordnung hat als das Nennerpolynom des offenen Kreises. Daraus folgt

$$\lim_{j\Omega \rightarrow \infty} H(j\Omega) < \infty \quad . \quad (5.5)$$

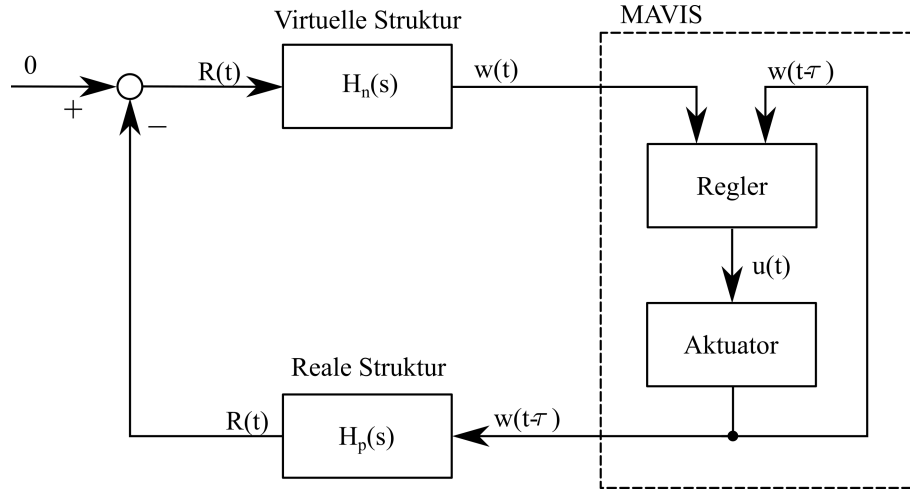


Abb. 5.5: Schematische Darstellung einer mechanischen HILS. Die numerische Struktur $H_n(s)$ ist über MAVIS mit der realen Struktur $H_p(s)$ verbunden. Über das FMD wird die Schnittkraft zur numerischen Struktur zurückgeführt. Für die Stabilitätsbetrachtung wird keine äußere Kraft berücksichtigt. nach [19]

5.2.2 Anwendung am Beispielmmodell

Das beschriebene Nyquistkriterium wird nun auf das Beispiel aus dem vorherigen Abschnitt angewendet, siehe Abb. 5.2. Dazu wird die Übertragungsfunktion des offenen Kreises benötigt. In Abb. 5.5 ist eine schematische Darstellung eines mechanischen HILS zu sehen. Auf dem Echtzeitregler wird die numerische Struktur $H_n(s)$ berechnet und gibt den Verfahrbefehl y über den Versuchsstand MAVIS auf die reale Struktur. Aufgrund der Verzögerung durch MAVIS, erfährt die reale Struktur die Bewegung mit einer Zeitverzögerung τ . Über das FMD wird die Schnittkraft R ermittelt und wieder der numerischen Struktur zurückgeführt. Es wird keine äußere Kraft berücksichtigt, weil die Stabilität des Systems betrachtet wird und diese unabhängig vom Eingang ist. Aus dem vorherigen Kapitel ist bekannt, dass die Übertragungsfunktion von MAVIS als Totzeitglied vereinfacht werden kann. Daher wird dieser Teil vernachlässigt und aus dem restlichen System bestehend aus $H_p(s)$ und $H_n(s)$ die Phasenreserve berechnet, um die kritische Totzeit zu bestimmen. Dieser Wert wird als maximal erlaubter Wert für MAVIS festgelegt.

Nun wird die Übertragungsfunktion des offenen Systems bestimmt. Wie bereits erwähnt, wird MAVIS dafür nicht betrachtet. Als Eingang wird die Schnittkraft R gewählt. Diese wird der numerischen Struktur zugeführt, die das Übertragungsverhalten $H_n(s)$ aufweist. Der Ausgang ist die Deformation y , der wiederum als Eingang für die reale Struktur mit der Übertragungsfunktion $H_p(s)$ eingeht. Der Ausgang ist wiederum die Reaktionskraft R . Das entspricht einer Reihenschaltung der einzelnen Übertragungsfunktionen. Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises im Frequenzbereich ergibt sich nach Gl. (3.12) also zu

$$H_o(j\Omega) = H_n(j\Omega)H_p(j\Omega) \quad . \quad (5.6)$$

Das Verhältnis zwischen Deformation und Kraft wird in $H_n(j\Omega)$ ausgedrückt und berechnet sich nach Gl. (2.6):

$$[H_n(j\Omega)] = \sum_{i=1}^N \frac{\{\varphi_i\} \{\varphi_i\}^\top}{m_i [(\Omega^2 - \omega_i^2) - 2jD_i\omega_i\Omega]} \quad .$$

Alternativ kann auch die Beschleunigung ausgegeben werden, die als Eingang in das reale System dient. Um die Übertragungsfunktion zwischen Kraft R und der Beschleunigung \ddot{y} zu erhalten, wird die obige Gleichung mit $-\Omega^2$ multipliziert:

$$\{\ddot{y}\} = [H_n(j\Omega)] \{R\} = -\Omega^2 \sum_{i=1}^N \frac{\{\varphi_i\} \{\varphi_i\}^\top}{m_i [(\Omega^2 - \omega_i^2) - 2jD_i\omega_i\Omega]} \{R\} \quad . \quad (5.7)$$

$H_p(j\Omega)$ gibt das Verhältnis zwischen Reaktionskraft und vorgegebener Beschleunigung wieder. Dieser Zusammenhang ergibt sich nach Gl. (2.29) zu

$$\begin{aligned} [H_p(\Omega)] &= [T_a]^\top [M]_{aa} \sum_i^N \{\varphi\}_i \frac{\Omega^2}{m_i [(\Omega^2 - \omega_i^2) - 2jD_i\omega_i\Omega]} \{\varphi\}_i^\top [M]_{aa} [T_a] + \\ &+ [T_a^\top] [M]_{aa} [T_a] + [M]_{bb} \end{aligned}$$

Wenn das Verhältnis von Kraft zum Weg berechnet werden soll, muss die obige Gleichung mit $-\Omega^2$ dividiert werden. Es sollte darauf geachtet werden, dass die Größen konsistent sind, wenn die Gesamtübertragungsfunktion der Reihenschaltung der beiden Systeme berechnet wird. Im Folgenden werden Kraft und Beschleunigung als Größen gewählt. Für die Masse als reale Struktur vereinfacht sich die Übertragungsfunktion aus Gl. (5.1) zu

$$H_p(j\Omega) = \frac{R}{\ddot{w}} = m \quad . \quad (5.8)$$

Wie bereits beschrieben, wird zunächst die Übertragungsfunktion des offenen Kreises berechnet. Dazu wird vom Stab nur der Freiheitsgrad an der Schnittstelle berücksichtigt. An diesem Freiheitsgrad ist auch nur die Übertragung von der Kraft an dem Punkt zu der Deformation an denselben Punkt von Interesse. Die ersten zwei Moden aus dem Beispiel werden gewählt, um eine ausreichend große Phasenreserve zu haben. Damit werden weitere Untersuchungen ermöglicht, wie später gezeigt wird. Abb. 5.6 zeigt den Frequenzgang des numerischen Modells. Die Amplitude ist bereits an der 0 dB Grenze. Dies entspricht die kritische Verstärkung von eins.

Die reale Struktur besteht lediglich aus einer Masse. Die Kraft auf die Beschleunigung bezogen, ist eine Konstante, wie an der Übertragungsfunktion zu sehen ist. Abb. 5.7 zeigt dieses Verhalten. Je größer die Masse ist, desto größer ist auch die Verstärkung.

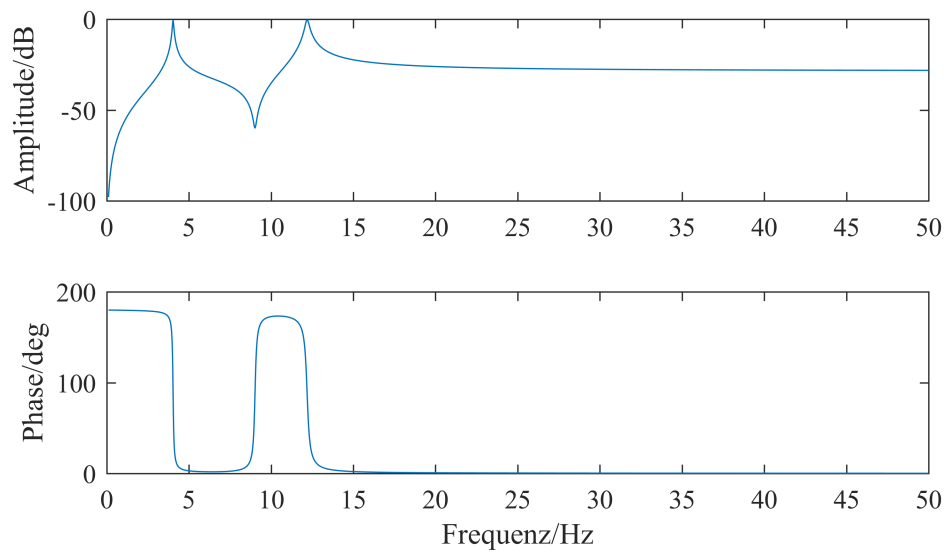


Abb. 5.6: Frequenzgang des numerischen Modells des kontinuierlichen Stabs auf zwei Moden reduziert

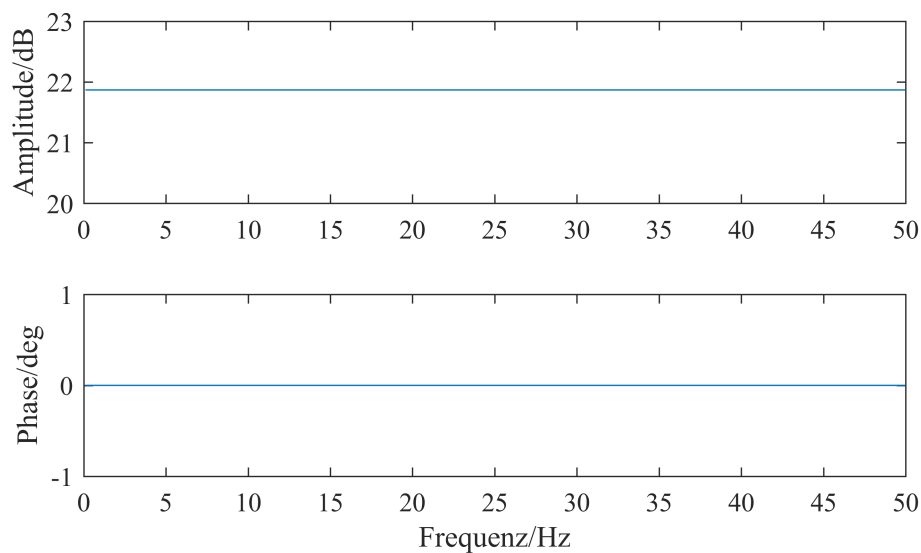


Abb. 5.7: Frequenzgang der Masse als reale Struktur

Bei der Multiplikation der beiden Übertragungsfunktionen $H_n(j\Omega)$ und $H_p(j\Omega)$ ist zu fordern, dass das Ergebnis $H_o(j\Omega)$ eine einheitenlose Übertragungsfunktion ist. Das ist hier gegeben, auch wenn die einzelnen Übertragungsfunktionen in dB ohne weiteren Einheiten angegeben sind. Eine Multiplikation der Frequenzgänge entspricht einer Addition in der dB Skala. Die 0 dB Achse im Frequenzgang des numerischen Modells wird also lediglich nach unten verschoben. Abb. 5.8 zeigt den Frequenzgang des offenen Kreises. Die Durchtrittsfrequenzen, an der die Verstärkung eins beträgt, und die Pha-

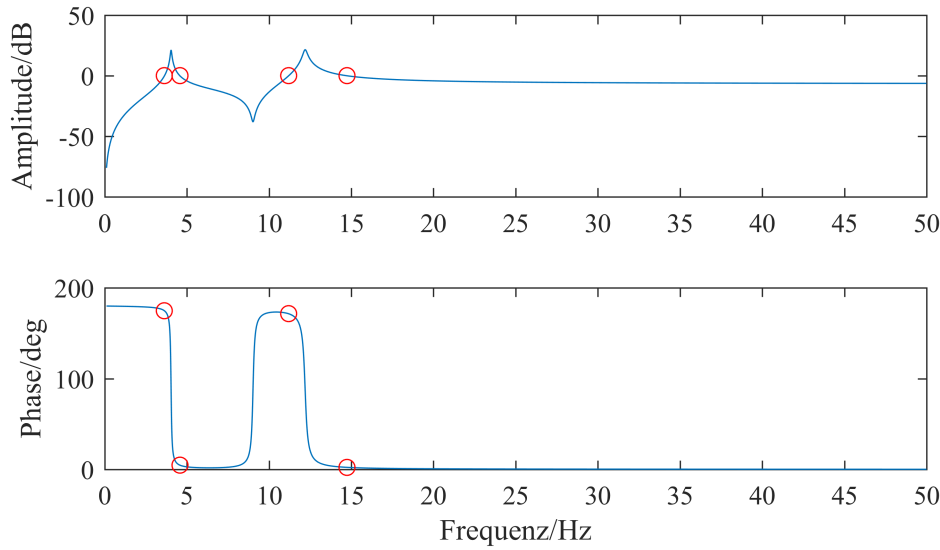


Abb. 5.8: Frequenzgang der Reihenschaltung der Masse und des Stabes. Durchtrittsfrequenzen sind rot umkreist

sen an den Durchtrittsfrequenzen sind mit roten Kreisen markiert. Der Abstand der markierten Phasen zur -180° Linie ist die Phasenreserve φ_D :

$$\varphi_D = \varphi(\Omega_D) + 180^\circ \quad (5.9)$$

Mit den Durchtrittsfrequenzen und den zugehörigen Phasenreserven kann über Gl. (5.4) die kritische Totzeit berechnet werden. Das Ergebnis ist in Tab. 5.3 zusammengefasst. Die erlaubten Totzeiten sind ausreichend groß.

In dieser Arbeit wurde beobachtet, dass $\lim_{s \rightarrow \infty} H(s) < 1$ als weitere Stabilitätsbedingung erfüllt sein muss. Ist dies nicht erfüllt, verhält sich das geschlossene System instabil. Anhand dieses Beispiels ist der Effekt der Masse zu sehen. Durch Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Masse wird die Gesamtübertragungsfunktion des offenen Systems aus Abb. 5.8 nach oben bzw. unten verschoben. Bei einer größeren Masse wird die Kurve weiter nach oben verschoben, die Durchtrittsfrequenz erhöht sich dadurch und die Phasenreserve wird reduziert. Das Massenverhältnis zwischen der physikalischen und virtuellen Struktur wirkt sich also ebenfalls auf die Stabilität aus. Diese Beobachtung wurde auch von Terkovics et al. [19] gemacht.

f_d / Hz	$\varphi(\omega_d)$ / °	τ_{krit} / ms
3,7	174,7	272,7
4,6	4,8	112,4
11,2	171,5	87,3
14,7	2,3	34,3

Tab. 5.3: Kritische Totzeiten des Beispielmodells und dazugehörige Durchtrittsfrequenzen

Das physikalische System ist in diesem Fall eine einfache Masse und als solche allein nicht schwingungsfähig und fügt keine neuen potentiell kritischen Durchtrittsfrequenzen hinzu. Falls neue schwach gedämpfte Durchtrittsfrequenzen aufgrund der Polstellen der realen Struktur hinzukommen kann sich die kritische Totzeit des Gesamtsystems reduzieren.

In Abb. 5.8 ist zu sehen, dass bei jeder Resonanzstelle bis zu zwei Durchtrittsfrequenzen auftreten können. Jeweils eine mit positiver und eine mit negativer Steigung im Amplitudengang. Die Durchtrittsfrequenz mit der negativen Steigung im Amplitudengang ist kritisch, aufgrund der geringeren Phasenreserve. Mit zunehmender Resonanzfrequenz bzw. Durchtrittsfrequenz mit negativer Steigung im Amplitudengang wird die kritische Totzeit in der Regel kleiner.

5.3 Stabilitätsdiagramm

Mit dem Nyquistkriterium kann die Reserve bis zur Stabilitätsgrenze berechnet werden. Es ist aber auch von Bedeutung zu wissen, wie sich das System bis zu der Stabilitätsgrenze mit zunehmender Totzeit verändert. Dazu wird wieder der Strukturaufbau aus Abb. 5.5 betrachtet. Diesmal wird MAVIS als Totzeitglied mit berücksichtigt und der geschlossene Kreis betrachtet. Im Unterschied zu der vorherigen Betrachtung werden die Modelle im Zustandsraum modelliert. Anschließend werden die drei Modelle der realen Struktur, der numerischen Struktur und MAVIS in Reihe geschaltet und der Kreis geschlossen. Mit diesem Gesamtsystem wird für unterschiedliche Totzeiten eine Eigenwertanalyse der Systemmatrix durchgeführt, um das Systemverhalten zu bestimmen. Aus jeder Totzeit wird daraus die Eigenfrequenz und die Dämpfung bestimmt. Sobald eine negative Dämpfung vorliegt, ist das System instabil. Somit ist das Systemverhalten bis zum instabilen Punkt charakterisiert.

Diese Analyse gelingt nur, wenn die Zustandsraummodelle als zeitdiskrete Modelle implementiert sind. Nur in diesem Fall kann ein Zustandsraummodell für eine Totzeit modelliert werden. Ein Totzeitglied speichert den Eingangswert für eine bestimmte Zeit und gibt diese danach unverändert aus. Lunze [13] gibt das zeitdiskrete Zustandsraummodell für ein Totzeitglied, welches den Eingang um drei Zeitschritte verzögert, folgendermaßen an:

$$\begin{Bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \quad , \quad (5.10)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{Bmatrix} \quad . \quad (5.11)$$

Der Eingang wird dem Zustand x_3 zugeführt. Im nächsten Zeitschritt wird dieser an x_2 weitergegeben. Dann an x_1 und über die Ausgangsgleichung wird x_1 ausgegeben. Für die Durchgangsmatrix gilt $[D] = [0]$, da der Eingang keine direkte Auswirkung auf

den Ausgang hat. Diese Vorgehensweise für die zeitdiskrete Modellierung der Totzeit kann für Totzeiten angewendet werden, die einem Vielfachen der Abtastzeit entsprechen. Dabei steigt die Anzahl der Zustände mit der Anzahl der Zeitschritte, um die verzögert werden soll. Bei großen Totzeiten und kleiner Abtastzeit werden diese Modelle dementsprechend sehr groß. Nach Gl. (3.19) und (3.20) wird das zeitdiskrete Zustandsraummodell in Reihe mit dem zu verzögernden Modell geschaltet, damit der Ausgang verzögert austritt.

Die zeitkontinuierlichen Zustandsraummodelle für die numerische und die reale Struktur sind in Abschnitt 4.1 beschrieben. Das Zustandsraummodell der Masse kann mit $A = B = C = 0$ und $D = m$ beschrieben werden. Der Eingang ist die Beschleunigung und der Ausgang die Kraft. Die Beschleunigung hat also direkte Auswirkung auf die Kraft und das ist auch anhand von Gl. (5.8) zu sehen. Diese beschriebenen zeitkontinuierlichen Modelle müssen für die Untersuchung in zeitdiskrete Modelle überführt werden. Anschließend werden diese beiden Modelle in Reihe geschaltet und ergeben das System im offenen Kreis wie es im vorherigen Abschnitt mit dem Nyquistkriterium untersucht wurde. Zusätzlich wird diesem System nun das Zustandsraummodell für die Totzeit hintergeschaltet. Da die Durchgangsmatrizen miteinander multipliziert werden und die des Totzeitgliedes null ist, verschwindet die Durchgangsmatrix des Gesamtsystems. Mit einer Totzeit kann der Eingang keine direkte Auswirkung auf den Ausgang haben.

Im offenen Kreis führt die Totzeit zu keinen Änderungen der Eigenwerte des Systems. Allerdings erhöht sich die Anzahl der Eigenwerte auf die Anzahl der Zustände, wobei alle Eigenwerte aus dem Totzeitglied null ergeben. Nun wird untersucht, ob im geschlossenen System eine Änderung des Systemverhaltens auftritt. Für die Stabilitätsbetrachtung reicht eine Untersuchung der Systemmatrix aus. Die Gesamtsystemmatrix des geschlossenen Kreises wird mit Hilfe von Gl. (3.23) berechnet:

$$[A] = ([A_o] - [B_o][C_o]) \quad ,$$

wobei der Index o für das offene System steht. Wie im offenen Kreis nimmt auch hier die Anzahl der Zustände mit zunehmender Totzeit zu. Allerdings nehmen alle Eigenwerte einen Wert ungleich Null an. Alle Eigenwerte treten in konjugiert komplexen Paaren auf, so dass die Anzahl der Eigenfrequenzen der Hälfte der Zustände entspricht. Bei dieser Untersuchung sollte beachtet werden, dass die Eigenwerte im zeitdiskreten Bereich berechnet werden und in den zeitkontinuierlichen Bereich transformiert werden müssen. Aus Gl. (3.2) ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\lambda_{\text{kont}} = \frac{\ln(\lambda_{\text{diskret}})}{T_s} \quad . \quad (5.12)$$

Das beschriebene Vorgehen wird nun am Beispiel des Stabes mit der Masse angewendet. Dazu wird das modale Modell des Stabes mit den ersten beiden Eigenfrequenzen in ein zeitkontinuierliches Zustandsraummodell überführt und anschließend in die zeitdiskrete Form transformiert. Das entspricht dem numerischen Modell. Die Masse wird wie oben beschrieben mit $A = B = C = 0$ und $D = m$ modelliert. Aus diesen beiden

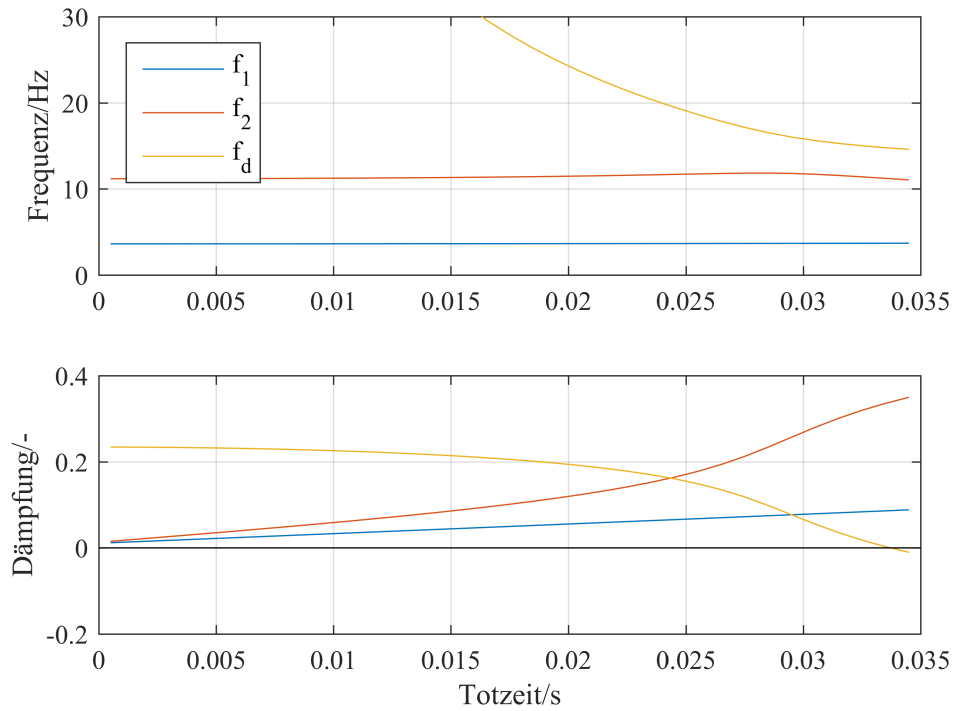


Abb. 5.9: Änderung der Eigenfrequenzen und Dämpfungen des Beispielmodells mit der Totzeit

Modellen wird das gesamte zeitdiskrete Modell des geschlossenen Systems mit verschiedenen Totzeiten aufgebaut und jeweils eine Eigenwertanalyse durchgeführt. Wie bereits beschrieben wird sich die Anzahl der Eigenwerte mit zunehmender Totzeit deutlich erhöhen, weil aufgrund der Vergrößerung der Totzeit um einen Zeitschritt T_s ein weiterer Zustand durch die Modellierung der Totzeit hinzukommt. Mit der Anzahl der Zustände steigt folglich auch die Anzahl der Eigenwerte. Für eine bessere Übersicht werden nur die ersten drei Eigenwerte beobachtet. Das bedeutet, dass die beiden Eigenwerte des physikalischen Systems betrachtet werden und ein zusätzlicher Eigenwert der aus dem Totzeitmodell entstammt.

Abb. 5.9 zeigt die Änderung der drei Eigenwerte mit der Totzeit. Dabei ist oben die Frequenz über die Totzeit und unten die Dämpfung über die Totzeit aufgetragen. Bei der kritischen Totzeit von etwa 34 ms, die im vorherigen Abschnitt ermittelt wurde, ergibt sich auch hier ein instabiles Verhalten. Es ist zu erkennen, dass die beiden Eigenfrequenzen des Stabes mit der Totzeit nahezu unverändert bleiben. Eine dritte Eigenfrequenz sinkt mit zunehmender Totzeit und strebt auf die kritische Durchtrittsfrequenz bei 14,7 Hz zu. Diese Eigenfrequenz ist der Totzeit geschuldet und kommt nicht aus den Modellen der mechanischen Strukturen. Die beiden Dämpfungen aus den Polstellen des Stabes nimmt mit steigender Totzeit zu. Die Dämpfung des zweiten Modes nimmt stärker zu als die des ersten Modes und ist bei der Stabilitätsgrenze deutlich über 30 %. Bei der neu eingeführten Polstelle aufgrund der Totzeit ist zu Beginn eine große Dämpfung

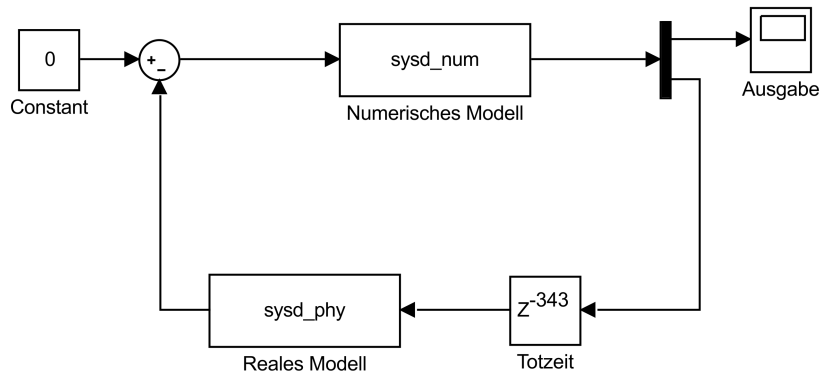


Abb. 5.10: Blockschaltbild des Simulinkmodells der HILS für das Beispielmodell

über 20 % zu sehen und verbleibt zunächst mit zunehmender Totzeit bei diesem Wert. Nach etwa 20 ms Totzeit sinkt diese Dämpfung stärker ab und bei etwa 34 ms wird diese Polstelle instabil.

5.4 Diskussion des Verhaltens im Zeitbereich

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, wie sich das Beispielmodell mit zunehmender Totzeit im Frequenzbereich verhalten wird. Mit den Zustandsraummodellen wird nun im Zeitbereich eine Simulation in Simulink erstellt. Die zeitdiskreten Zustandsraummodelle für die mechanischen Strukturen aus dem vorherigen Abschnitt werden verwendet, um in Simulink eine Simulation im Zeitbereich durchzuführen. In Simulink ist ein Block für die Totzeit verfügbar. Mit verschiedenen Totzeiten werden Simulationen erstellt, um diese mit den Ergebnissen aus dem Frequenzbereich zu vergleichen.

Für die zeitdiskreten Modelle wird die Abtastzeit auf 0,1 ms festgelegt. In Abb. 5.10 ist das Blockschaltbild für die Simulation zu sehen. Der Block **Numerisches Modell** hat als Ausgang die Deformation und die Beschleunigung. Hinter dem Block wird das Signal geteilt. Die Deformation wird in **Ausgabe** geführt und die Beschleunigung wird über **Totzeit** in **Reales Modell** geführt. Die Totzeit kann dabei als Vielfaches der Abtastzeit gewählt werden. In der Abbildung ist die Totzeit auf $\tau = 343T_s$ gestellt. Das entspricht 34,3 ms. **Reales Modell** berechnet aus der zugeführten Beschleunigung eine Kraft, die wiederum als Reaktionskraft, also mit umgedrehten Vorzeichen, **Numerisches Modell** zugeführt wird. Mit **Constant** kann eine externe Anregung eingeführt werden.

Die externe Anregung wird auf null gesetzt, da das Systemverhalten unabhängig davon ist. Um dennoch das Eigenverhalten zu beobachten, wird eine Anfangsbedingung für das numerische Modell vorgegeben. Es wird eine Anfangsgeschwindigkeit gewählt, um einen Impuls zu simulieren. Anschließend wird die Systemantwort beobachtet. Bei einem instabilen Verhalten wird das Signal aufklingen, bei einem stabilen Verhalten wird es abklingen. Es werden vier Totzeiten eingestellt und simuliert. Eine niedrige Totzeit von 0,1 ms, eine Totzeit von 10 ms, die der von MAVIS entspricht und zwei dicht an

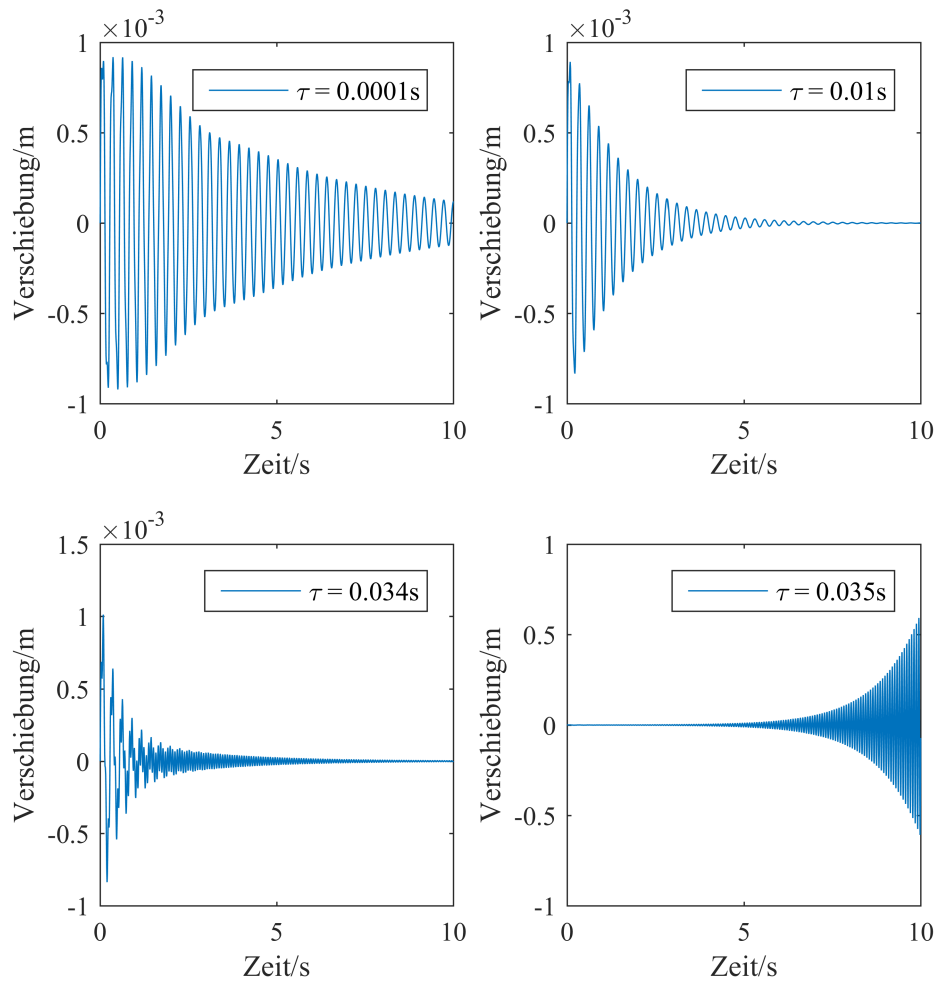


Abb. 5.11: Simulationsergebnisse der HILS des Beispielmodells mit 0,1 ms, 10 ms, 34 ms und 35 ms Totzeit

der Stabilitätsgrenze, eine Totzeit unterhalb des kritischen Wertes bei 34 ms und eine oberhalb des kritischen Wertes bei 35 ms.

Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 5.11 zu sehen. Deutlich ist die steigende Dämpfung der beiden Eigenfrequenzen des mechanischen Systems mit zunehmender Totzeit zu beobachten. Bei der Totzeit von 0,1 ms sind zwei Eigenfrequenzen erkennbar. Die Abklingkurve bei einer Totzeit von 10 ms zeigt nur noch eine Frequenz. Eine deutliche Steigerung der Dämpfungen der beiden Eigenfrequenzen sind im Vergleich zu der Abklingkurve bei der Totzeit von 0,1 ms zu beobachten. Die höhere Frequenz klingt offenbar schnell ab, so dass diese nicht mehr zu sehen ist. Bei 34 ms ist die Dämpfung der Moden der mechanischen Struktur noch weiter gestiegen. Eine weitere Eigenfrequenz, die oberhalb der bisher beobachtbaren Frequenzen liegt, ist nun sichtbar. Diese Frequenz ist sehr schwach gedämpft und klingt trotz der hohen Eigenfrequenz am lang-

samsten ab. Mit dieser Eigenfrequenz klingt das System bei einer Totzeit von 35 ms auf. Diese Frequenz ist die Durchtrittsfrequenz aus dem Nyquistkriterium bei der die kritische Totzeit berechnet wurde. Die Beobachtungen aus dem Frequenzbereich im vorherigen Abschnitt stimmen mit den Simulationsergebnissen sehr gut überein. Nachdem die kritische Totzeit überschritten wurde, wird das System instabil.

5.5 Experimentelle Validierung

Die theoretischen Überlegungen aus den vorherigen Abschnitten über die Änderung des Systems mit zunehmender Totzeit werden nun experimentell überprüft. Das zeitdiskrete Modell für den Stab aus dem vorherigen Abschnitt wird für diesen Versuch übernommen und auf dem Echtzeitregler hinterlegt. MAVIS wird mit dem Echtzeitregler verbunden und das FMD auf MAVIS aufgebaut. Die Masse der Plattform des FMD ist etwa 12,4 kg schwer und dient somit als reales Objekt, mit dem der virtuelle Stab interagieren wird. Die gemessenen Kräfte werden dem Echtzeitregler zurückgeführt, der anschließend wieder ein Verfahrbefehl an MAVIS sendet. Damit überhaupt eine Interaktion stattfindet, muss das System aus der Ruhelage bewegt werden. Aufgrund der Tatsache, dass die HILS bis zum instabilen Punkt geführt werden soll, wird von einer Anregung an der realen Struktur abgesehen. Um dennoch eine Störung einzubringen, wird das numerische Modell mit einem Impuls angeregt. Diese erfolgt über ein elektrisches Signal, das von einem von Hand aktivierten Taster in den Echtzeitregler gegeben wird. Das numerische Modell wird diese Eingabe als Kraft interpretieren und dementsprechend reagieren.

In Abb. 5.12 ist das Simulink Programm für den Echtzeitregler dargestellt. Auf der linken Seite sind beide Eingangskarten des ADwin Systems mit **ProMX F8/16 A11** vertreten. Über **Auswahl Kraft, Sens [N/V]** und **T** werden die Reaktionskräfte nach Abschnitt 4.4.1 bereitgestellt. Zu berücksichtigen ist, dass die gemessene Kraft bereits die Reaktionskraft ist und nicht mit einem negativen Vorzeichen versehen werden muss. Dieses Signal wird über **Sens [V/N]** wieder in ein elektrisches Signal geändert und ausgegeben. Mit **Auswahl Taster** wird aus **ProM2 F8/16 A11** der letzte Eingangskanal entnommen, an dem der Taster angeschlossen ist. Anschließend wird das Signal durch **Amplitude** hochskaliert. Mit Hilfe von **Constant** wird dieses Signal mit nullen auf einen Vektor mit sechs Einträgen aufgefüllt. Somit kann dieser Vektor nun mit dem Kraftvektor addiert werden. **Schalter** steuert **Index Vector**, mit dem ein Signal ausgewählt werden kann, welches weitergegeben werden soll. An 0 ist der Standardausgabewert **Anfangswert** verdrahtet, welcher ein Nullvektor beinhaltet. An 1 ist nur der Taster verbunden. Dies entspricht einem Test im offenen Kreis, da keine Reaktionskräfte zurückgeführt werden. Mit 2 wird die Reaktionskraft mit dem Tastersignal zusammen weitergegeben und der Kreis geschlossen, somit wird eine HILS durchgeführt. Mit **Auswahl** wird anschließend nur die Kraft in x -Richtung gewählt, da das Modell nur einen Freiheitsgrad in x -Richtung hat. **Numerisches Modell** beinhaltet das zeitdiskrete Zustandsraummodell des Stabes. Mit **Einheiten Umrechnung** und **Sens [V/mm]** wird das korrekte Signal für MAVIS aufbereitet. **Tgeom** entspricht der Koordinatentransformation nach Abschnitt 4.4.2, der in diesem Fall nicht notwendig ist, da nur in der

5 Stabilitätsuntersuchung



Abb. 5.12: Simulink Ablaufdiagramm für den HILS Versuch des Beispielmodells

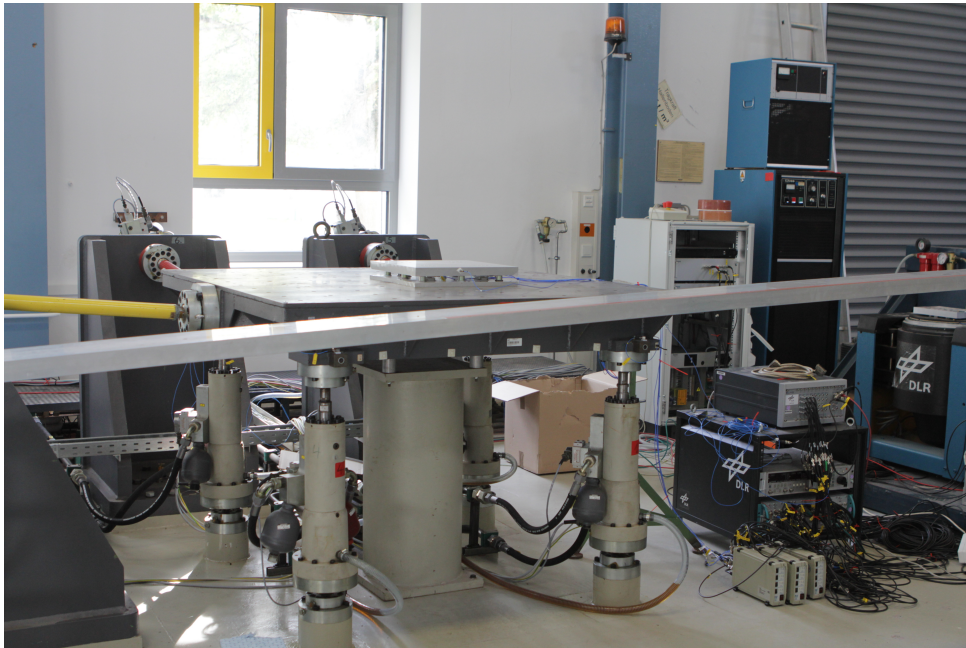


Abb. 5.13: Versuchsaufbau für die HILS des Beispielmodells mit MAVIS, ADwin und FMD

x -Achse verfahren wird. Mit **FFC Switch** kann der Vorfilter, der in Abschnitt 4.3.2 ausgelegt wurde, ein- oder abgeschaltet werden. In diesem Versuch bleibt der Vorfilter abgeschaltet. Durch **ProM3 8/16 1** wird das Signal aus dem ADwin System als elektrisches Signal zu MAVIS geführt. Durch **Totzeit** kann wie im vorherigen Abschnitt beschrieben die Totzeit künstlich hochgestellt werden. Die Abtastzeit in diesem Versuch beträgt 0,1 ms. In der Abbildung ist ein Wert von 285 Zeitschritten im Block für die Totzeit zu sehen. Das entspricht mit der genannten Abtastzeit eine Totzeit von 28,5 ms.

Der Versuchsaufbau ist Abb. 5.13 zu entnehmen. Auf MAVIS ist das FMD zu sehen. Die Aluminium-Platte der FMD wird als reales Modell der Masse eingesetzt. Auf der rechten Seite ist das Rack mit dem DLR Logo, in der das ADwin System eingebaut ist. Auf dem Rack ist das Datenerfassungssystem und davor sind die Messverstärker für das FMD. Der Taster ist nicht dargestellt. Der tatsächliche Verfahrensweg der x -Achse von MAVIS wird aufgenommen und ausgewertet.

Zunächst wird der Aufbau im offenen Kreis getestet. Dazu wird im Simulink Programm **Schalter** auf 1 gestellt. Außerdem wird keine künstliche Totzeit eingebracht. Damit wird getestet, ob das numerische Modell richtig emuliert wird. Im nächsten Schritt wird der Kreis geschlossen, indem **Taster** auf 2 gestellt wird. Mit dem Taster wird ein Signal eingebracht, das von der numerischen Struktur als Impuls interpretiert wird. Weiterhin wird keine künstliche Totzeit eingeführt. Damit wird geprüft, ob die Kopplung mit der realen Struktur funktioniert und die Eigenfrequenzen der numerischen Struktur wie erwartet absinken. Dann wird die Totzeit schrittweise erhöht und jedes mal die Abklingkurve aufgenommen, um das Systemverhalten abzuschätzen. Diese Resultate

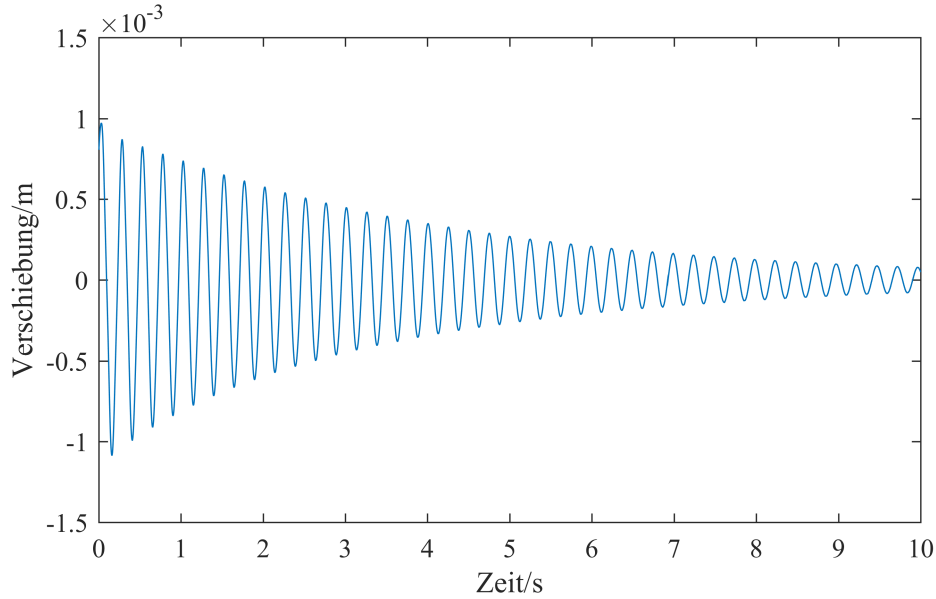


Abb. 5.14: Emulation des Stabes aus dem Beispielmmodell durch MAVIS und ADwin

werden mit den theoretischen Überlegungen aus den vorhergehenden Abschnitten verglichen. Zu berücksichtigen ist, dass der eingesetzte Taster von Hand betrieben wird und somit keinen reproduzierbaren und kurzen Impuls liefert. Das bedeutet, dass keine gute Systemidentifikation möglich ist. Das Verhalten des Systems mit zunehmender Totzeit kann also nur qualitativ untersucht werden. In erster Linie wird überprüft, ob das System nach einer bestimmten Totzeit instabil wird.

In Abb. 5.14 wird die Emulation des Stabes durch MAVIS gezeigt. **Schalter** ist hierbei auf 1 gestellt. Die zweite Frequenz ist nicht gut zu erkennen. Es wurde bereits erwähnt, dass der Taster kein gutes Erregersignal liefert. Die Impulsdauer hängt von der Zeit ab, die der Taster gedrückt wird. Aufgrund der Reaktionszeit des Bedieners ist die Dauer des Impulses zu lang, um einen weiten Frequenzbereich mit flachem Amplitudenspektrum anzuregen. Das heißt, die erste Eigenfrequenz wird wesentlich besser angeregt als die zweite. Aus der Abklingkurve kann die Periodendauer und damit die Eigenfrequenz der ersten Eigenform abgelesen werden. Die Eigenfrequenz wird aus der Mittelung von zehn Perioden ermittelt, um statistische Fehler zu minimieren. Es wird eine Frequenz von 4,0 Hz gemessen. Über das logarithmische Dekrement ergibt sich eine Dämpfung von 1,1 %. Die erste Eigenform ist sehr gut nachgebildet.

Ein komplexeres Verfahren um modale Daten aus Abklingkurven zu identifizieren ist die LSCE¹ Methode [21]. Es handelt sich um ein Verfahren, das im Zeitbereich angewendet wird und nutzt eine zeitdiskrete gebrochenrationale Funktion, wie es in Gl. (3.5) zu sehen ist. Bei diesem Verfahren wird das Zählerpolynom zu null gesetzt. Das bedeutet, dass keine externe Anregung berücksichtigt wird und nur Abklingkurven betrachtet werden. Nachdem die Nennerkoeffizienten bestimmt sind, können die Polstellen berech-

¹Least Squares Complex Exponential

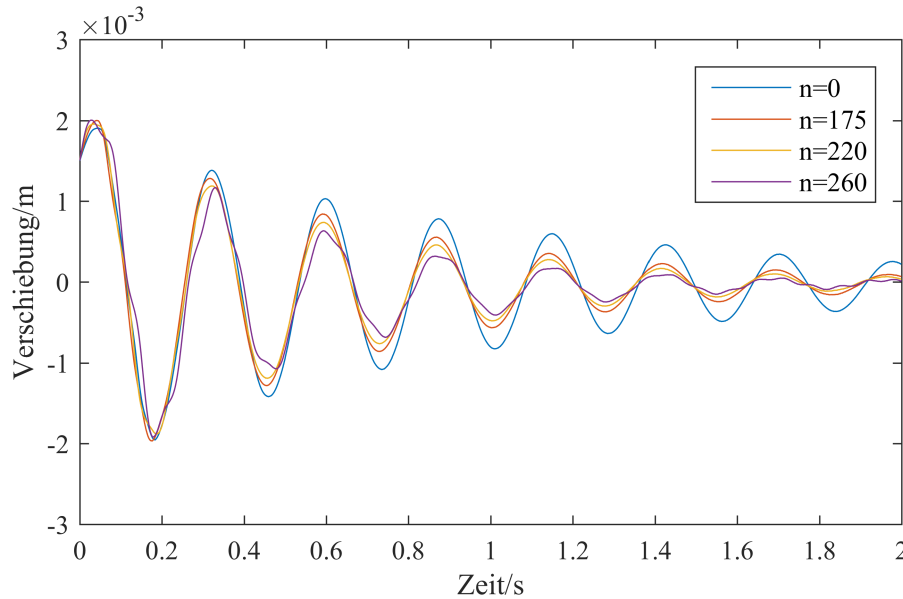


Abb. 5.15: Versuchsergebnisse der HILS des Beispielmodells bei unterschiedlichen Totzeiten

net werden. Über die Umrechnung in den zeitkontinuierlichen Bereich nach Gl. (5.12) erhält man die Eigenfrequenz und Dämpfung. Mit diesem Verfahren wird eine erste Eigenfrequenz bei 4,0 Hz mit einer Dämpfung von 1,0 % und eine zweite Eigenfrequenz bei 12,2 Hz mit einer Dämpfung von 1,1 % identifiziert. Diese Werte sind in sehr guter Übereinstimmung mit dem numerischen Modell.

Als Nächstes wird die Rückkopplung über die Reaktionskräfte zugelassen. Der Block **Schalter** wird also auf 2 geschaltet. Das bedeutet, dass nun eine HILS durchgeführt wird und das System instabil werden kann. Mit einer kritischen Totzeit von 34,3 ms ist eine ausreichend große Reserve verfügbar. Im vorherigen Kapitel wird die Totzeit von MAVIS auf etwa 10 ms abgeschätzt. In Abb. 5.15 ist dieser Versuch mit $n = 0$ gekennzeichnet und entspricht der blauen Kurve. Es ist zu sehen, dass die Dämpfung deutlich angestiegen ist. Über die Periodendauer von fünf Schwingungen wird eine erste Eigenfrequenz mit 3,62 Hz gemessen. Mit dem logarithmischen Dekrement ergibt sich die Dämpfung zu 4,4 %. Die erste Eigenfrequenz ist also sehr gut abgebildet. Die identifizierte Dämpfung ist jedoch um einen Faktor Vier größer als die des gekoppelten Systems ohne Totzeit. Berücksichtigt man den Einfluss der Totzeit von 10 ms, sollte eine Dämpfung von etwa 3,3 % auftreten. Mit dem LSCE Verfahren wird eine erste Eigenfrequenz bei 3,6 Hz mit einer Dämpfung von 4,7 % und eine zweite Eigenfrequenz bei 11,5 Hz mit einer Dämpfung von 5,7 % identifiziert. Es sei erneut angemerkt, dass nur die erste Eigenfrequenz sauber angeregt wurde. Insbesondere die identifizierte Dämpfung der zweiten, schlecht angeregten Eigenform ist nicht verlässlich.

Nun wird die künstliche Totzeit aus dem Simulink Programm schrittweise erhöht und das Systemverhalten beobachtet. In Abb. 5.15 sind Abklingkurven bei verschiedenen eingestellten Totzeiten zu sehen. n ist die Anzahl der Zeitschritte, um die das Signal

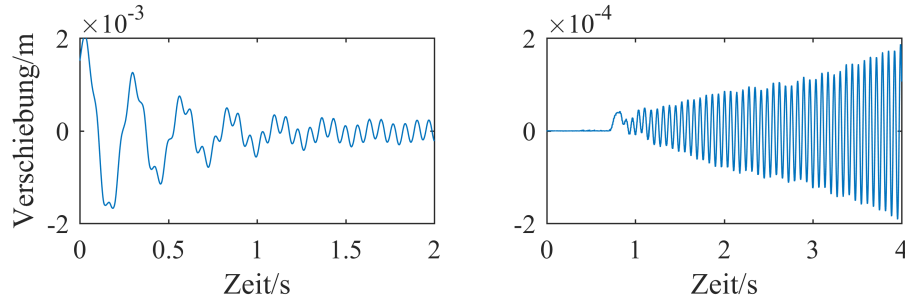


Abb. 5.16: Versuchsergebnisse bei Totzeiten um der Stabilitätsgrenze. Links: $\tau = 28$ ms, rechts: $\tau = 28,5$ ms

verzögert wird. Die rote Kurve mit $n = 175$ hat eine zusätzliche Totzeit von 17,5 ms, die gelbe Kurve mit $n = 220$ hat eine zusätzliche Totzeit von 22 ms und die violette Kurve mit $n = 260$ hat eine zusätzliche Totzeit von 26 ms. Wie zuvor ist auch in diesem Fall optisch nur die erste Eigenfrequenz zu sehen. Die Frequenz ändert sich offenbar nicht. Die zunehmende Dämpfung mit zunehmender Totzeit wird hier erneut bestätigt. Bei der violetten Kurve ist zum Ende des Zeitschriebs eine höher frequente Schwingung zu erkennen, die schwach gedämpft ist. Die Frequenz wird auf 14 Hz abgeschätzt, die der Durchtrittsfrequenz entspricht.

Als Nächstes werden zwei Punkte um die kritischen Totzeit untersucht. Dies ist in Abb. 5.16 dargestellt. Auf der linken Seite ist die Abklingkurve bei $n = 280$ mit einer Totzeit von 28 ms zu sehen. Die niedrige Frequenz klingt ab, eine höhere nahezu ungedämpfte Frequenz ist zu erkennen. Diese Frequenz wird mit 14,9 Hz abgeschätzt. Die instabile Schwingung wird bei $n = 285$, also bei einer Totzeit von 28,5 ms festgestellt. Nach etwa 1 s wurde **Schalter** auf 2 umgelegt. Dabei hat sich die Schwingung ohne zusätzliche externe Anregung eingestellt. Instabile Systeme können durch kleinste Störung zu einer aufklingenden Schwingung angeregt werden. So eine Störung kommt beispielsweise aus dem Messrauschen. Die Frequenz, bei der das System aufklingt wird mit 14,6 Hz abgeschätzt. Dies entspricht der Durchtrittsfrequenz von der kritischen Totzeit. Die Totzeit konnte jedoch deutlich höher eingestellt werden, als zunächst vermutet wurde. Die Totzeit von MAVIS wird auf etwa 10 ms geschätzt. Damit dürfte maximal eine zusätzliche Totzeit von 24,3 ms eingestellt werden. Tatsächlich wurde das System bei etwa 28,5 ms instabil. Damit müsste die Totzeit von MAVIS bei 6 ms liegen. Der Vorfilter wurde bei diesem Experiment nicht aktiviert. Möglicherweise ist die Approximation der MAVIS als Totzeitglied zu einfach und verursacht diese beobachtete Abweichung. Qualitativ kann aber bestätigt werden, dass die Dämpfung der physikalischen Eigenfrequenzen mit zunehmender Totzeit zunimmt. Zudem klingt das System mit der Durchtrittsfrequenz auf. Diese Schwingung zeigt sich erst bei signifikant großer Totzeit nahe der kritischen Totzeit und verliert mit zunehmender Totzeit vergleichsweise viel Dämpfung und wird instabil.

Bis 26 ms zusätzlicher Totzeit konnte ein stabiles Systemverhalten beobachtet werden. Nun wird je Abklingkurve bis zu der beschriebenen Totzeit mit dem LSCE Algorithmus die Eigenfrequenzen und Dämpfung bestimmt. Dabei werden nur die ersten drei

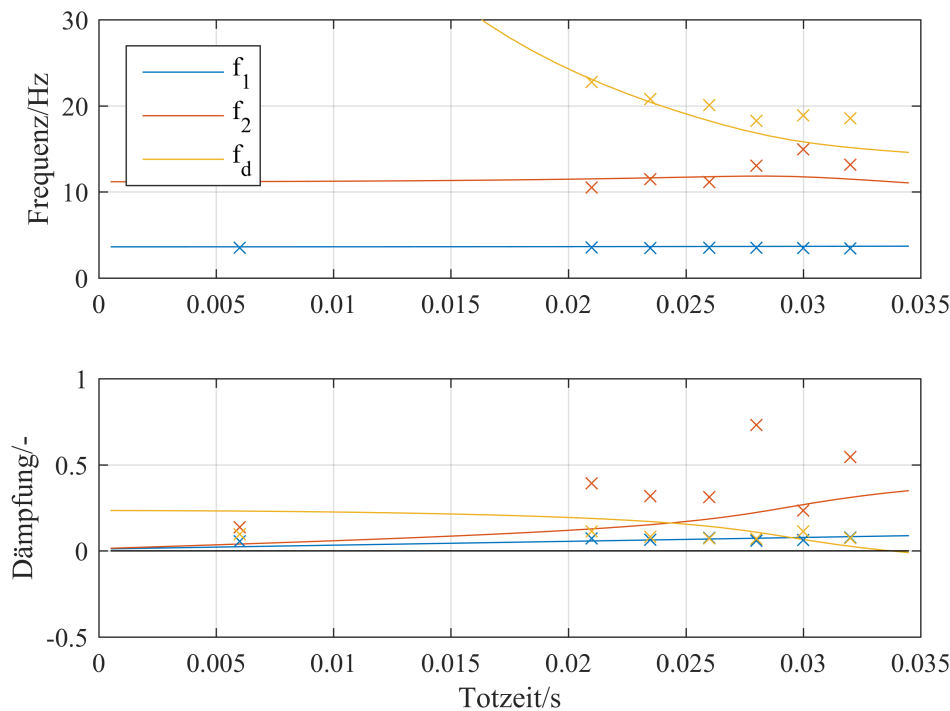


Abb. 5.17: Vergleich der identifizierten Polstellen mit den theoretischen Polstellen bei unterschiedlichen Totzeiten

identifizierten Polstellen berücksichtigt. Die identifizierten Daten werden nun in die Kurve aus Abb. 5.9 eingetragen. MAVIS wird mit einer reduzierten Totzeit von 6 ms berücksichtigt. Die eingestellte Totzeit in Simulink wird daher mit 6 ms beaufschlagt. In Abb. 5.17 ist das Ergebnis zu sehen. Aufgrund der schlechten Anregung kann nur die erste Eigenfrequenz gut identifiziert werden. Die Genauigkeit der anderen Frequenzen sollte hinterfragt werden. Für eine bessere Identifikation sollte der Versuch mit einer guten Anregung durch einen elektrodynamischen Erreger wiederholt werden. Wie zuvor werden die theoretischen Überlegungen qualitativ bestätigt.

5.6 Theoretische Untersuchung an einem numerischen Flügel mit realer Außenlast

Mit einem akademischen Beispiel bestehend aus einem Stab und einer Masse wurden Stabilitätsuntersuchungen durchgeführt und experimentell verifiziert. Der Stab hat nur einen Freiheitsgrad, es entspricht also einem SISO System. Technisch relevante Systeme haben in der Regel mehr als einen Freiheitsgrad und entsprechen daher einem MIMO System. Das vorgestellte Nyquistkriterium ist für SISO Systeme entwickelt worden. Mit dem Beispiel in diesem Abschnitt wird geprüft ob das Verfahren auch auf MIMO Systeme anwendbar ist. Dazu wird ein komplexeres Beispiel aus der Praxis gewählt.

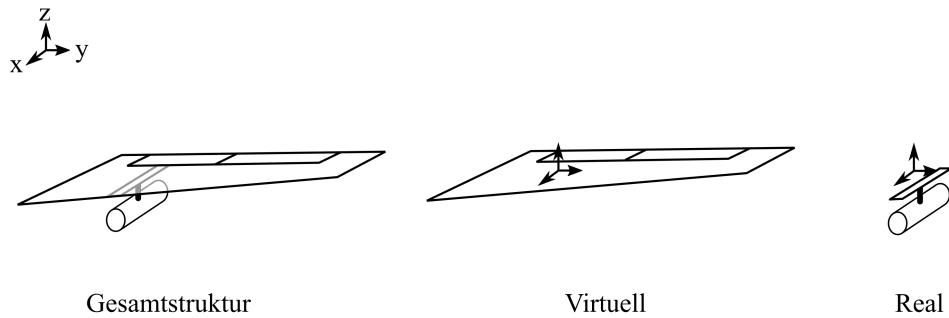


Abb. 5.18: Definition der Schnittstelle für eine HILS. Die Gesamtstruktur ist ein Flügel mit Außenlast. Der Flügel wird als virtuelles Bauteil simuliert und die Außenlast steht als reales Bauteil zur Verfügung.

Beim DLR werden unter anderem Forschungsflugzeuge für Atmosphärenforschung eingesetzt. Für solche Aufgaben gibt es spezielle mit Messsonden bestückte Außenlasten. Jede modifizierte Außenlast muss für den Flug zugelassen werden. Dies erfordert eine Untersuchung des Schwingungsverhaltens des Gesamtsystems aus Flugzeug und Außenlast. Da der Einsatz von Forschungsflugzeugen für solche Untersuchungen sehr kostenintensiv ist, soll die Durchführbarkeit mit HILS überprüft werden. In diesem Beispiel soll nun ein Flügel als numerisches Modell bereitstehen, an dem eine reale Außenlast angebracht wird. Die Außenlast ist als reales Bauteil verfügbar. Das Flugzeug steht nicht bereit und wird als numerische Struktur simuliert. Die Außenlast soll auf dem numerischen Flügel aufgebracht werden, um den Einfluss dieses Bauteils auf das Gesamtsystem abschätzen zu können. Das Modell ist in Abb. 5.18 zu sehen. Die Schnittstelle zwischen dem numerischen und dem realen Modell ist als Koordinatensystem dargestellt. Die Achsenrichtungen sind oben links beschrieben.

Modell Ein FE Modell des Flügels wird bereitgestellt. Es handelt sich um ein detailliertes Schalenmodell, in dem auch Holme und Spanten berücksichtigt werden. Dieses Modell wird auf eine Achse entlang des Flügels reduziert, so dass ein Balkenmodell entsteht. Durch eine Eigenwertanalyse werden die modalen Daten des Flügels bestimmt. Daraus wird ein modales Modell mit den ersten 14 Moden erstellt. Die Dämpfungen der Moden wird jeweils mit 3 % gewählt. Die Schnittstelle ist an dem Punkt, an dem die Außenlast angebracht wird.

Für die Außenlast werden gemessene Eigenfrequenzen und Dämpfungen bereitgestellt, jedoch keine Eigenformen. Zudem ist die Gesamtmasse bekannt. Um das reale System numerisch abbilden zu können ist neben einem modalen Modell auch die Massenverteilung in Form einer Massenmatrix notwendig. Für ein vollständiges modales Modell fehlen modale Massen und Eigenformen. Damit dennoch eine Untersuchung durchgeführt werden kann, werden für die restlichen Daten Annahmen getroffen. Zunächst wird ein FE Modell eines Balkens aufgebaut, der sechs Freiheitsgrade hat. Die Eigenformen und die modalen Massen dieses Modells werden für die Außenlast übernommen. Aus

den gemessenen Daten werden die Eigenfrequenzen und Dämpfungen übernommen. Die Massenmatrix wird ebenfalls diesem Balkenmodell entnommen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Gesamtmassen dieser Modelle nicht übereinstimmen. Um diesen Makel zu beheben, wird das Gewicht des Balkens mit dem Gewicht der Außenlast verglichen. Die Gewichte liegen um einen Faktor auseinander. Mit diesem Faktor wird die Massenmatrix des FE Modells multipliziert, damit der Balken dieselbe Gesamtmasse besitzt wie die Außenlast. Dies entspricht einer homogenen Massenverteilung für die Außenlast über die Höhe. Für dieses Modell wurden einige starke Vereinfachungen vorgenommen. Die Masseverteilung, sowie die Trägheitsmomente werden nicht mit der Außenlast übereinstimmen. Für eine erste Abschätzung wird aber angenommen, dass es ausreicht.

Das Gesamtmodell besteht nun aus zwei Balkenmodellen die jeweils sechs Freiheitsgrade je Knoten haben. Damit handeln es sich um MIMO Systeme. Drei Kräfte und drei Momente führen zu drei translatorischen und drei rotatorischen Bewegungen. Lunze [13] beschreibt, dass bei MIMO Systemen mit Diagonaldominanz nur die Hauptdiagonale als SISO Systeme betrachtet werden müssen. Es wird überprüft, ob diese Vereinfachung auch auf dieses Modell zutrifft. Dazu wird mit dem Nyquistkriterium die Reserven bis zur Stabilitätsgrenze ermittelt und mit einer Zeitsimulation verglichen.

Kritische Totzeit Das Nyquistkriterium basiert auf der Übertragungsfunktion des offenen Kreises. Wie bereits beschrieben, handelt es sich bei diesem Beispiel um ein MIMO System mit mehreren Freiheitsgraden pro Knoten. Aus der Übertragungsfunktion je Knoten wird daher eine Übertragungsmatrix. Als Schnittstelle wird beim numerischen Flügel der Befestigungspunkt der Außenlast gewählt. Es werden die Übertragungsfunktionen der sechs Freiheitsgrade benötigt. Dabei ist auch die Wechselwirkung untereinander zu berücksichtigen. Eine Kraft in eine Richtung kann beispielsweise auch eine Verdrehung in einer anderen Richtung verursachen. Aus einer Übertragungsfunktion wird also eine Übertragungsmatrix mit 6×6 Einträgen je Frequenzpunkt. Die relevante Frequenzgangsmatrix beinhaltet die sechs Freiheitsgrade an der Schnittstelle bezogen auf die sechs möglichen Schnittkräfte an der Schnittstelle. Die Übertragungsmatrix wird nach Gl. (5.7) berechnet. Es wird also wieder die Beschleunigung auf die angreifende Kraft bezogen. In Abb. 5.19 ist der Frequenzgang in z -Richtung für den Flügel an der Schnittstelle dargestellt. Die gezeigte Frequenz auf der x -Achse ist auf eine Eigenfrequenz normiert.

Die Schnittstelle der Außenlast ist der Befestigungspunkt mit dem Flügel. Auch dieses Modell besitzt sechs Freiheitsgrade je Knoten. Es gelten dieselben Überlegungen und auch hier wird eine Übertragungsmatrix benötigt. Die Berechnung erfolgt wie im vorherigen Beispiel bereits vorgeschlagen über Gl. (2.29). Die Reaktionskräfte sind auf die vorgegebenen Beschleunigungen bezogen. Abb. 5.20 zeigt den Frequenzgang der Außenlast in z -Richtung. Auch hier ist die Frequenz in der x -Achse normiert.

Der strukturelle Aufbau dieser HILS entspricht dem zuvor beschriebenen aus Abb. 5.5. Daher ist auch hier eine Reihenschaltung des numerischen Modells mit dem physikalischen Modell vorzusehen. Auch hier wird eine Kraft auf das numerische Modell gegeben, das mit einer Beschleunigung reagiert. Diese Beschleunigung regt das reale Modell an

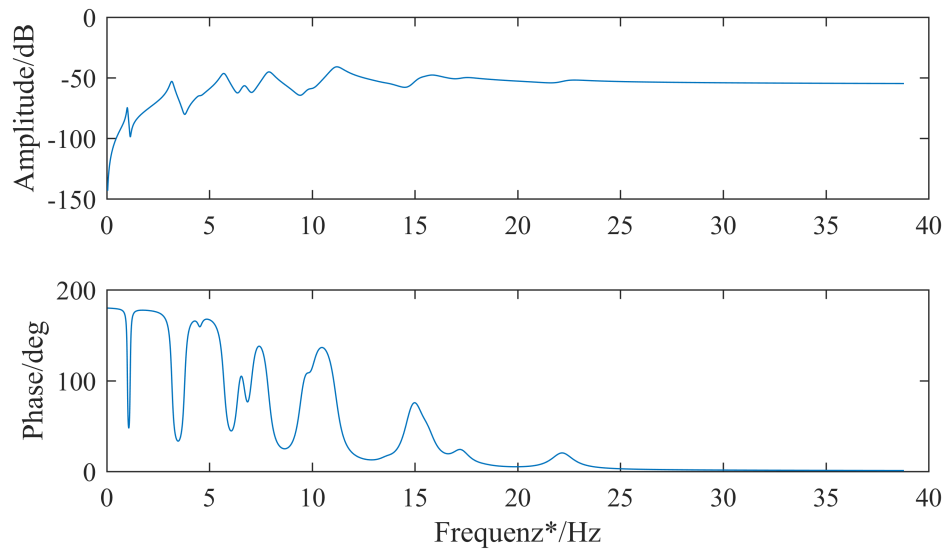


Abb. 5.19: Frequenzgang des Flügels an der Schnittstelle in z -Richtung

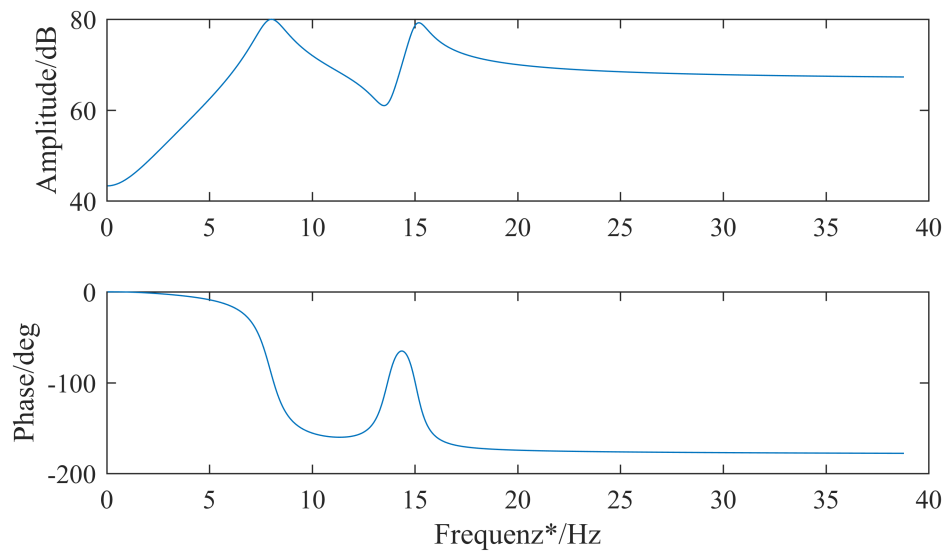


Abb. 5.20: Frequenzgang der Außenlast an der Schnittstelle in z -Richtung

und führt zu einer Reaktionskraft. Diese Kraft wird wieder zum numerischen Modell zurückgeführt. Beim offenen Kreis wird diese Rückführung nicht berücksichtigt. Die Berechnung der Gesamtübertragung des offenen Kreises erfolgt über die Matrixmultiplikation

$$[H(j\Omega)] = [H_n(j\Omega)] [H_p(j\Omega)] \quad . \quad (5.13)$$

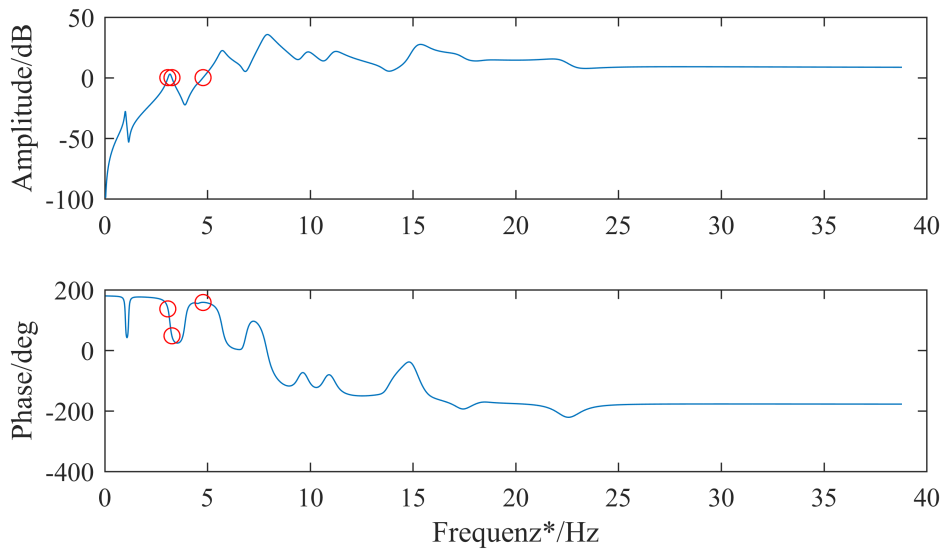


Abb. 5.21: Frequenzgang an der Schnittstelle in z -Richtung für den offenen Kreis

Abb. 5.21 zeigt den normierten Frequenzgang des offenen Kreises in z -Richtung. Die roten Kreise markieren die Durchtrittsfrequenzen und die dazugehörigen Phasen. Der Abstand dieser Phasen zu -180° entsprechen der Phasenreserve. Es ist zu sehen, dass eine sehr große Phasenreserve bei einer recht niedrigen Frequenz vorhanden ist. Die kritische Totzeit wird also einen großen Wert annehmen. Neben der Phasenreserve kann aus dem Nyquistkriterium auch die Amplitudenreserve entnommen werden. Die gezeigte Übertragungsfunktion des offenen Kreises strebt bei zunehmender Frequenz gegen einen Wert größer als 0 dB. Gleichzeitig ist zu sehen, dass die Phase gegen -180° strebt. Bei einer Phase von -180° ist die Verstärkung oberhalb von 0 dB, das bedeutet, dass keine Amplitudenreserve vorliegt. Das zeigt ein instabiles Verhalten ohne Totzeit. Neben der Phasenreserve ist daher auch die Amplitudenreserve zu beachten.

Es wird nun genauer untersucht, warum die Amplitude oberhalb von 0 dB verbleibt. Dazu werden die Frequenzgänge der beiden Strukturen genauer betrachtet. Aus Abb. 5.19 ist zu sehen, dass der Frequenzgang gegen einen Wert strebt. Dies ist bei einer Beschleunigungsübertragungsfunktion der Kehrwert der sogenannten residualen Massen. Der Frequenzgang der Außenlast in Abb. 5.20 strebt gegen die statische Masse. In beiden Frequenzgängen ist der Masseneinfluss, der im hohen Frequenzbereich dominiert zu sehen. Das Verhältnis dieser beiden Werte sagt aus, ob die Übertragungsfunktion des offenen Kreises oberhalb von 0 dB liegt oder nicht. In anderen Worten ist das Verhältnis der Masse der realen und der virtuellen Struktur ausschlaggebend für die Stabilität des Systems. Dieses Massenverhältnis ist für jede Richtung unterschiedlich. In der x -Richtung verbleibt die Amplitude des offenen Kreises unterhalb von 0 dB für große Frequenzen.

Zeitsimulation Nun wird überprüft, ob die Vereinfachung in sechs SISO Systeme gerechtfertigt ist. Dazu werden aus den beiden Modellen zeitdiskrete Zustandsraummodelle erstellt, wie es im vorherigen Kapitel beschrieben wird. Mit diesen Zustandsraummodellen wird in Simulink der geschlossene Kreis nach Abb. 5.10 simuliert. Dazu wird eine Anfangsgeschwindigkeit vorgegeben und die Abklingkurve beobachtet. Eine externe Anregung wird nicht aufgebracht. Auch in diesem Modell kann die Totzeit schrittweise erhöht werden. Die Auswertung aus dem vorherigen Teil hat gezeigt, dass das System auch ohne zusätzliche Totzeit instabil ist.

Abb. 5.22 zeigt die Simulationsergebnisse für vier verschiedene Totzeiten. In jedem Diagramm sind alle sechs Freiheitsgrade zu sehen. Die y -Achse ist in m für die translatorische Bewegung und in rad für die rotatorische Bewegung angegeben. In der Legende sind die Kurven benannt. Mit dem zweiten Buchstaben ist die Achsenrichtung beschrieben und mit dem ersten Buchstaben ist die Art der Bewegung beschrieben. Das t meint eine translatorische Bewegung und das r eine rotatorische. Das System wurde für Totzeiten von 0,01 ms, 0,5 ms, 0,8 ms und 0,81 ms simuliert. Die Vermutung, dass das System direkt instabil wird, hat sich nicht bestätigt. Bis zu einer Totzeit von 0,8 ms zeigen die Abklingkurven ein stabiles Verhalten. Qualitativ werden die Beobachtungen aus dem vorherigen Abschnitt bestätigt. Zwischen den Simulationsergebnissen bei einer eingestellten Totzeit von 0,01 ms und einer eingestellten Totzeit von 0,8 ms ist eine erhöhte Dämpfung anhand der gelben Kurve zu sehen, die den Freiheitsgrad in z -Richtung wiedergibt. Bei der eingestellten Totzeit von 0,8 ms ist an dem Verdrehfreiheitsgrad um die y -Achse auch eine zusätzliche höhere Frequenz zu beobachten, die eingetreten ist. Die Zeitdaten bei der eingestellten Totzeit von 0,81 ms zeigen ein instabiles Verhalten bei einer hohen Frequenz, die bei den niedrig eingestellten Totzeiten zunächst nicht zu sehen ist. Dabei klingt die Rotation um die y -Achse auf.

Die eingesetzte Methode um die Stabilität des Systems zu beschreiben hat in diesem Fall nicht das korrekte Ergebnis geliefert. Es liegt offenbar keine Diagonaldominanz bei diesem System vor. Emami-Naeini und Kosut[4] zeigen, wie das Nyquistkriterium auf MIMO Systeme erweitert werden kann, um die Reserven bis zur Stabilitätsgrenze zu bestimmen. Die Erweiterung der eingesetzten Methoden für die Stabilitätsuntersuchung für MIMO Systeme und die Ursachenfindung, warum diese Methode in diesem Fall nicht funktioniert, verbleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten.

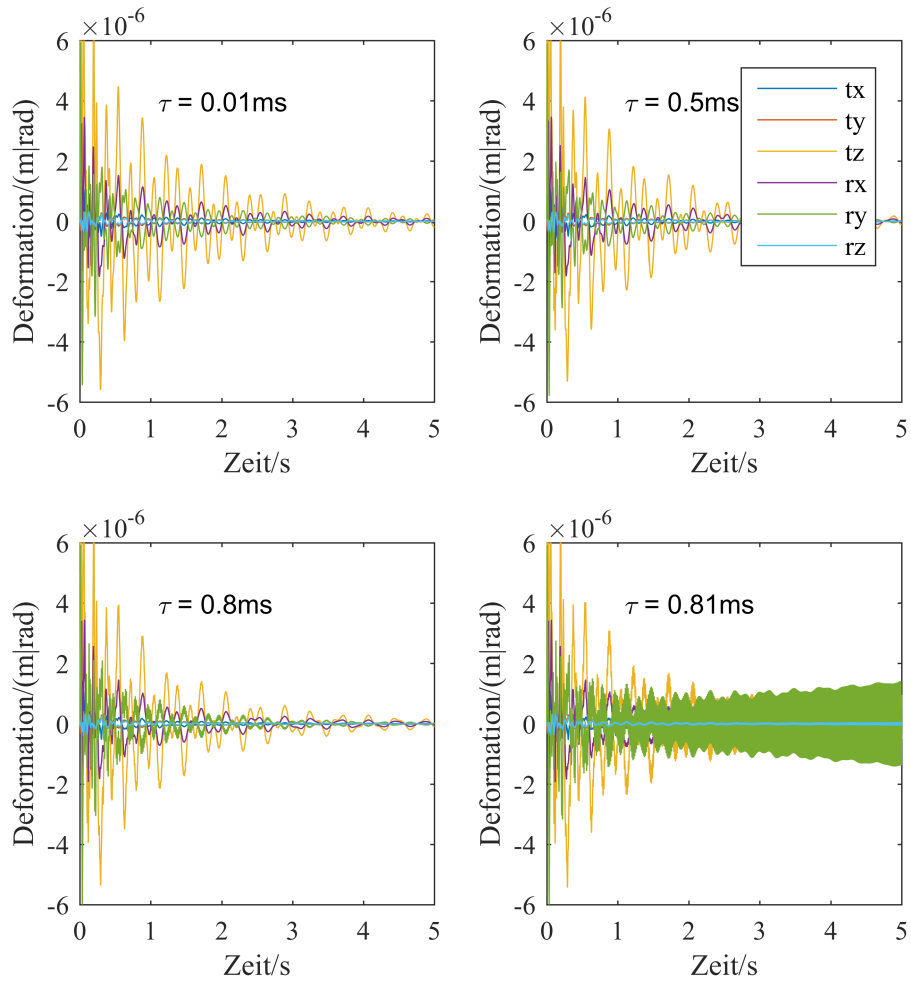


Abb. 5.22: Simulation der HILS des numerischen Flügels mit realer Außenlast im geschlossenen Kreis. Eine Totzeit von $\tau = 0,01\text{ ms}$, $\tau = 0,5\text{ ms}$, $\tau = 0,8\text{ ms}$ und $\tau = 0,81\text{ ms}$ ist gewählt.

6 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Umsetzbarkeit einer HILS mit den Versuchseinrichtungen des DLR Instituts für Aeroelastik. Ein akademisches Beispiel mit einem analytischen Mehrfreiheitsgrad Schwinger wurde erfolgreich implementiert, um die Machbarkeit dieses Konzepts zu zeigen. Voraussetzung ist, dass sich ein Gesamtsystem an einer eindeutigen Schnittstelle in zwei Teilsysteme zerlegen lässt. Die notwendigen Komponenten umfassen einen Echtzeitregler, den hydraulischen Versuchsstand MAVIS und ein FMD.

6.1 Ergebnisse von wesentlicher Bedeutung

Ein zeitdiskretes Zustandsraummodell wird verwendet, um die numerische Struktur auf dem Echtzeitregler quasi in Echtzeit zu lösen. Die Gleichungen für eine mechanische Struktur werden dazu in ein Zustandsraummodell überführt. Die höchste erwartete Eigenfrequenz sollte deutlich überabgetastet werden, um eine gute Genauigkeit zu erreichen. Eine Abtastung nach dem Shannon Theorem ist hierfür deutlich zu klein. Im Vergleich zur Gesamtverzögerung ist die Verzögerung durch den Echtzeitregler vernachlässigbar klein.

MAVIS kann mit optimierten PID-Regler bei externer Sollwertvorgabe bis 30 Hz präzise betrieben werden. Die Amplitude wird nahezu exakt nachgefahren, während die Phasenabweichung aufgrund einer Verzögerung nahezu linear mit der Frequenz ansteigt. Durch eine modellbasierte Vorfilterung der Verfahrbefehle kann die Verzögerung durch den Versuchsstand reduziert werden. Für die Auslegung des Vorfilters ist eine Identifikation des Versuchsstandes notwendig. Für die x -Achse konnte die Verzögerung von 10 ms auf 6 ms reduziert werden. Zudem wurde mit einem Zweimassenschwinger gezeigt, dass der Versuchsstand die Kopplung von zwei Freiheitsgraden des Tisches emulieren kann.

Da MAVIS Zielvorgaben bis 30 Hz präzise nachfahren kann, wird das FMD bis zu dieser Frequenz geprüft. Dazu wird eine bekannte Kraft aufgebracht und mit der Kraft verglichen, die mit Hilfe des FMD zurückgerechnet wird. Die gemessenen und berechneten Werte stimmen sehr gut überein. Höhere Frequenzen wurden in dieser Arbeit nicht untersucht. Zu berücksichtigen ist, dass die Plattform des FMD massebehaftet ist und daher ebenfalls zu Reaktionskräften führt. Außerdem führt der Aufbau der Kraftmessplattform zu einem Versatz der Kopplungsstelle mit der realen Struktur. Die Schnittstelle zwischen numerischer und physikalischer Struktur liegt nicht mehr auf der

Tischoberfläche von MAVIS, sondern versetzt darüber. Durch eine Koordinatentransformation kann der Verfahrbefehl auf die Mitte der Plattform umgerechnet werden, um diesen Versatz zu kompensieren.

In einer HILS sind Zeitverzögerungen nicht zu vermeiden. Die dominierende Zeitverzögerung kommt von MAVIS, während die anderen Zeitverzögerungen vernachlässigt werden können. Diese Zeitverzögerung kann auch als Totzeit modelliert werden. Mit Hilfe des Nyquistkriteriums wird eine kritische Totzeit berechnet, bei der das System instabil wird. Eine höhere Dämpfung der Teilstrukturen erhöht die kritische Totzeit. Das Massenverhältnis zwischen den beiden Strukturen hat ebenfalls Einfluss auf das Stabilitätsverhalten. Eine verhältnismäßig kleinere reale Struktur neigt weniger zur Instabilität des Gesamtsystems. Darüber hinaus wird dargelegt, wie sich das Systemverhalten bis zur Stabilitätsgrenze ändert. In theoretischen Überlegungen wird gezeigt, dass die Dämpfungen der Eigenfrequenzen der gekoppelten Struktur mit der Totzeit immer weiter ansteigen. Mit zunehmender Totzeit tritt zudem eine weitere Frequenz auf, dessen Dämpfung sinkt. Bei der Stabilitätsgrenze wechselt diese Dämpfung das Vorzeichen. Die neu eintretende Frequenz strebt gegen die Durchtrittsfrequenz aus dem Nyquistkriterium. Diese theoretischen Überlegungen bezüglich der sich ändernden Systemverhaltens konnten experimentell validiert werden. In der erfolgreich durchgeführten HILS wird dafür eine zusätzliche künstliche Totzeit eingeführt, mit der das Systemverhalten bei unterschiedlichen Totzeiten untersucht werden kann.

6.2 Weiterführende Arbeit

Die Vorfilterung für die Verfahrbefehle des Versuchsstandes wurde nur für die x -Achse implementiert. Alle anderen Achsen sind noch zu testen. Das hierfür erforderliche Übertragungsverhalten wurde für alle Achsen gemessen und identifiziert. Außerdem sollte untersucht werden, ob die Totzeit durch einen anderen Tiefpassfilter weiter gesenkt werden kann. Der Vorfilter kann auch als Filterkoeffizienten auf dem Regler von MAVIS hinterlegt werden. Dadurch wird zum einen der Echtzeitregler entlastet und zum anderen kann das Verhalten von MAVIS ohne zusätzlichen Regler bei externer Sollwertvorgabe verbessert werden.

Die beschriebene Stabilitätsuntersuchung wurde auf SISO Systeme angewendet. In einer zukünftigen Arbeit sollte die Stabilitätsuntersuchung auf MIMO Systeme erweitert werden, da an den meisten realen Systemen sechs Freiheitsgrade an der Schnittstelle vorhanden sind. Ein Biegebalken verbindet beispielsweise bereits mindestens zwei Freiheitsgrade. Eine translatorische Bewegung ist mit einer Neigung, also einer rotatorischen Bewegung gekoppelt.

Im nächsten Schritt könnte ein schwingungsfähiges System als reale Struktur verwendet werden. Außerdem sollte ein Experiment mit mehr Freiheitsgraden durchgeführt werden, das heißt mit mehreren Achsen auf dem Versuchsstand. Dies könnte mit einem Balken als numerisches Modell durchgeführt werden, der zwei Achsen der MAVIS koppelt.

Eine HILS wurde für ein akademisches Beispiel mit mehreren Moden in einer Achse umgesetzt. Dabei kam eine Masse als reales System zum Einsatz. Aufgrund des schlechten Erregersignals ist eine exakte Modalanalyse nicht möglich gewesen. Die theoretischen Überlegungen zur Totzeit konnten also nur qualitativ bestätigt werden. Mit einem elektrodynamischen Erreger kann eine bessere Modalanalyse durchgeführt werden.

Um eine Modalanalyse des Gesamtsystems durchzuführen, müssen Messwerte für die gesamte Struktur zur Verfügung stehen. Das bedeutet, dass nicht nur die physikalische Struktur mit Beschleunigungsaufnehmern bestückt werden muss, sondern auch Bewegungen der numerischen Struktur erfasst werden müssen, beispielsweise über zusätzliche Ausgabekanäle am Echtzeitregler. Die Erregersignale könnten dabei über das physikalische System eingeleitet werden, wie weiter oben vorgeschlagen. Alternativ kann auch die numerische Struktur an einem beliebigen Freiheitsgrad angeregt werden, beispielsweise über ein elektrisches Signal, welches über die Eingangskanäle des Echtzeitreglers zu dem gewünschten Knoten des numerischen Modells geführt wird. Durch die Messung des physikalischen Systems und der zusätzlichen Datenaufnahme aus dem numerischen System kann eine gesamtheitliche Modalanalyse durchgeführt werden, mit der die Schwingungsformen interpretiert werden können.

In dieser Arbeit wurden die Grundlagen zur Bewertung des Einsatzes von MAVIS für HILS gelegt. Mit Hilfe der entwickelten Formeln und Modellstrukturen lässt sich die Stabilität eines HILS Setup im Vorfeld analysieren. Dazu können die in der Arbeit identifizierten Eigenschaften von MAVIS verwendet werden.

Literaturverzeichnis

- [1] BONNET, P. A.: *The development of multi-axis real-time substructure testing*, University of Oxford, Diss., 2006
- [2] BÖSWALD, M.: Analysis of the bias in modal parameters obtained with frequency-domain rational fraction polynomial estimators. In: LEUVEN, KU (Hrsg.): *ISMA 2016*, 2016, S. 2907–2921
- [3] CARRION, J. E. ; SPENCER, B. F.: Model-based Strategies for Real-time Hybrid Testing / Newmark Structural Engineering Laboratory. 2007. – Forschungsbericht
- [4] EMAMI-NAEINI, A. ; KOSUT, R. L.: The generalized Nyquist criterion and robustness margins with applications. In: *51st IEEE Conference on Decision and Control, CDC 2012*, 2012, S. 226–231
- [5] FRANCO, J. A. ; BOTELHO, R. M. ; CHRISTENSON, R. E.: Effective Control of a Six Degree of Freedom Shake Table. In: ALLEN, Matt (Hrsg.) ; MAYES, Randall L. (Hrsg.) ; RIXEN, Daniel J. (Hrsg.): *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4: Proceedings of the 33rd IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics, 2015*. Cham : Springer International Publishing, 2015, S. 19–29
- [6] FRÖCHTENICHT, M.: *Simulation linearer, zeitinvarianter, strukturdynamischer Systeme in Echtzeit*. Semesterarbeit, März 2016. – IB-AE-GO-2016-53
- [7] FÜLLEKRUG, U.: Determination of Effective Masses and Modal Masses from Basedriven Tests. In: *Proc. of IMAC XIV*, 1996, S. 671–681
- [8] FÜLLEKRUG, U. ; SINAPIUS, J. M.: Strukturdynamische Identifikation bei mehrachsiger Basisanregung / DLR-AE. 1997. – Forschungsbericht. – DLR-FB-97–46
- [9] JUANG, J. N.: *Applied System Identification*. Prentice Hall, 1994
- [10] KLERK, D. de ; RIXEN, D. J. ; VOORMEEREN, S.: General framework for dynamic substructuring: history, review, and classification of techniques. In: *AIAA journal* 46 (2008), Nr. 5, S. 1169
- [11] KUO, S. M. ; MORGAN, D. R.: Active noise control: a tutorial review. In: *Proceedings of the IEEE* 87 (1999), Nr. 6, S. 943–973
- [12] LINK, M.: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. Springer, 2014
- [13] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2*. Springer, 2014
- [14] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1*. Springer, 2016

- [15] OPPENHEIM, A. V. ; SCHAFER, R. W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. Walter de Gruyter, 1998
- [16] ROLETSCHEK, R.: *Visit Suomi*. <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/58/Visit-suomi-2009-05-by-RalfR-047.jpg>. Version: Mai 2009
- [17] SACHAU, D. ; BASCHKE, M.: Adaptive support for aircraft panel testing: New method and its experimental verification on a beam structure. In: *Journal of Sound and Vibration* 394 (2017), S. 31–45
- [18] STOTEN, D. P. ; GÓMEZ, E. G.: Adaptive control of shaking tables using the minimal control synthesis algorithm. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 359 (2001), Nr. 1786, S. 1697–1723
- [19] TERKOVICS, N. ; NEILD, S. A. ; LOWENBERG, M. ; SZALAI, R. ; KRAUSKOPF, B.: Substructurability: the effect of interface location on a real-time dynamic substructuring test. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 472 (2016), Nr. 2192. – ISSN 1364–5021
- [20] UNBEHAUEN, Heinz: *Regelungstechnik I*. Springer, 2008
- [21] VOLD, H: The numerical implementation of a multi-input modal estimation method for mini-computers. In: *Proc. of IMAC I* Bd. 542, 1982
- [22] ZURMÜHL, R. ; FALK, S.: *Matrizen und ihre Anwendungen 1*. 1997